

Humboldt-Universität zu Berlin
Kultur-, Sozial- und Bildungswissenschaftliche Fakultät
Institut für Musikwissenschaft und Medienwissenschaft

**Masterarbeit zur Erlangung des akademischen Grades
Master of Arts (M. A.) im Fach Medienwissenschaft**

Schnelle Transformationen

**Eine medienarchäologische und objektorientierte Untersuchung
von Fourier-Transformationsalgorithmen**

*Fast Transformations. A Media Archaeological and Object-Oriented Analysis
of Fourier Transform Algorithms*

Eingereicht von:
Johannes Maibaum
jmaibaum@gmail.com

am 15. November 2016 in Berlin
Tag der mündlichen Prüfung: 15. Dezember 2016

1. Gutachter: Prof. Dr. Wolfgang Ernst
2. Gutachter: Dr. Stefan Höltgen



Dieses Werk ist unter einer Creative Commons Lizenz vom Typ Namensnennung-Nicht kommerziell 3.0 Deutschland zugänglich. Um eine Kopie dieser Lizenz einzusehen, konsultieren Sie <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/de/> oder wenden Sie sich brieflich an Creative Commons, Postfach 1866, Mountain View, California, 94042, USA.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Die Frage nach dem Algorithmus	7
3	Objektorientierte Ontologie	18
3.1	Perspektivwechsel: System- und Grundoperationen	23
3.2	Philosophisches „Zimmern“: Bogosts Carpentry	30
4	Die Fourier-Transformation	40
4.1	Das Problem der schwingenden Saite	41
4.2	Fouriers Algorithmus zur Koeffizientenbestimmung	48
4.3	Eine Grundoperation in Fouriers Algorithmus	55
4.4	Modulationen im Gehör und im Radio	61
5	Die schnelle Fourier-Transformation	73
5.1	Algorithmische Beschleunigungen	79
5.2	Divide and Conquer	90
6	Fazit	103
	Abbildungsverzeichnis	110
	Literaturverzeichnis	112

1 Einleitung

Unter dem Namen *Digital Humanities* wird seit einigen Jahren ein Forschungszweig etabliert, dessen Protagonisten – Geisteswissenschaftler und Informatiker – sich die Fähigkeiten von Digitalcomputern zunutze machen wollen, um kulturwissenschaftliche Analysen auf den technomathematischen Stand der Dinge zu bringen. Dazu werden Algorithmen auf riesige Datensätze kultureller Güter wie Bilder, Comics, Filme oder Klänge angesetzt, um einen vollständigeren Überblick zu erlangen, als es die menschliche Lebenserwartung und Analysefähigkeit erlauben würde:

If Google can analyse billions of Web pages and over a trillion links several times each day, we should be able to do better than simply consider a handful of images and generalize from them – even if we don't have the same resources. [...] Instead of being fuzzy and blurred, our horizon (knowledge of a cultural field as a whole) can become razor sharp and at the same time acquire a new depth (being able to sort and cluster millions of artifacts along multiple dimensions).¹

Diesem Enthusiasmus stehen andere Stimmen aus der Kulturwissenschaft gegenüber, die sich gerade angesichts der eingesetzten Algorithmen skeptisch äußern und warnen, dass algorithmische Akteure vermeintlich unbemerkt klassische geisteswissenschaftliche Arbeitskraft ersetzen.² Eine differenziertere Position nimmt hingegen Katherine Hayles ein, die schreibt, dass „the tension between algorithmic analysis and hermeneutic close reading“ – der angenommene Unterschied zwischen menschlich interpretierendem und algorithmischem, mathematisch kalkulierendem *Lesen* – „should not be overstated. Very often the relationship is configured not so much as an opposition as a synergetic interaction.“³ Die *Digital Humanities* sollten demnach die Stärken von Menschen und Algorithmen gewinnbringend kombinieren.

¹ Lev Manovich. „How to Compare One Million Images?“ In: *Understanding Digital Humanities*. Hrsg. von David Michael Berry. Houndmills und New York: Palgrave Macmillan, 2012, S. 249–278, hier S. 252.

² Mit der Beobachtung, dass „Algorithmen einen Spielbericht über ein kleines Baseball-Team aus Illinois [...] verfasst hatten“, beginnt z. B. die essayistische Untersuchung von Mercedes Bunz. *Die stille Revolution. Wie Algorithmen Wissen, Arbeit, Öffentlichkeit und Politik verändern, ohne dabei viel Lärm zu machen*. Berlin: Suhrkamp, 2012, S. 11.

³ Nancy Katherine Hayles. „How We Think: Transforming Power and Digital Technologies“. In: *Understanding Digital Humanities*. Hrsg. von David Michael Berry. Houndmills und New York: Palgrave Macmillan, 2012, S. 42–66, hier S. 48.

Dieses vielschichtige Verhältnis der *Digital Humanities* zu Algorithmen stellt die Medientheorie vor die Aufgabe, algorithmisches Wirken tiefergehend zu analysieren. Dieser Problematik nähert sich die vorliegende Arbeit mittels einer spezifischen Methode: „Medienarchäologie hat [...] die Genealogie jener Apparaturen zum Gegenstand, die jenseits der Hermeneutik – parergonal – an Bildern und Texten *am Werk* sind; [...]“⁴ So als zu untersuchende, medienarchäologische Apparaturen verstanden, stehen zwei Algorithmen im Fokus dieser Arbeit: die Fourier-Transformation und ihre „schnelle“ Variante, die *fast Fourier transform* oder kurz FFT. Diese Auswahl hat zwei Gründe.

Erstens ist die Fourier-Transformation ein Paradebeispiel für jene Analysealgorithmen, die auch in den *Digital Humanities* zum Einsatz kommen. In der digitalen Signalverarbeitung (DSP) gelingt es mit ihrer Hilfe, Zeitsignale in ein Frequenzspektrum zu transformieren oder umgekehrt zu einem gegebenen Spektrum ein entsprechendes Zeitsignal zu erzeugen. Zeitsignale sind der genuine *output* klassischer technischer Medien wie beispielsweise dem Radio oder dem Fernsehen: kontinuierlich variierende, meist elektrische Spannungen, die an Lautsprechern oder Bildröhren in für menschliche Ohren hörbare Klänge und für menschliche Augen sichtbare, bewegte oder unbewegte Bilder transformiert werden können. Das Zusammengesetztsein dieser Zeitsignale aus manchmal unendlich vielen einzelnen sinusförmigen Grundschrwingungen unterschiedlicher Frequenz, eben jenes Spektrum, ist menschlichen Sinnesorganen in der Regel nicht zugänglich. Erreichbar ist diese Auflösung in Schwingungsanteile jedoch auf einem mathematischem Weg, den Fourier-Transformationen zu beschreiten erlauben. Mit der Zeit- und der Frequenzanalyse sind die zwei technomathematischen Methoden kommunikationstheoretischer Signalanalyse aufgezählt, die zur Mitte des 20. Jahrhunderts, kurz nach Ende des Zweiten Weltkriegs, bekannt sind: „Hitherto, communication theory was based on two alternative methods of signal analysis. One is the description of the signal as a function of time; the other is Fourier analysis.“⁵ Fourier-Transformationen verarbeiten Informationen im Sinne Claude Shannons – kontinuierliche Signale oder diskrete Daten⁶ – und übersetzen oder übertragen sie bidirektional zwischen den zwei Darstellungsweisen, dem Zeit- und dem Frequenzbereich. Fourier-Transformationen

⁴ Wolfgang Ernst. *Das Gesetz des Gedächtnisses. Medien und Archive am Ende (des 20. Jahrhunderts)*. Berlin: Kadmos, 2007, S. 32.

⁵ Dennis Gábor. „Theory of Communication“. In: *Journal of the Institution of Electrical Engineers* 93.26 (Nov. 1946), S. 429–457, hier S. 429.

⁶ Diese Unterscheidung trennt die beiden Teile seiner *mathematischen Kommunikationstheorie*: „In this final installment of the paper we consider the case where the signals or the messages or both are continuously variable, in contrast with the discrete nature assumed until now.“ Claude Elwood Shannon. „A Mathematical Theory of Communication“. In: *Bell System Technical Journal* 27.3/4 (Juli/Okt. 1948), S. 379–432, 623–656, hier S. 623.

sind demnach „Medientechnologien“ ganz nach Friedrich Kittlers technischer Definition.⁷

Zweitens ist „the Fourier transformation [sic ...] continuously an important reference point for German media archaeologists“.⁸ So taucht sie etwa in Arbeiten von Kittler, Bernhard Siegert und Wolfgang Ernst auf. Diese drei Theoretiker eint der Ansatz, mithilfe der Fourier-Transformation – in Siegerts Worten – einen „Riß [...] im Denken der Repräsentation“ zu umschreiben, den schon erwähnten Unterschied zwischen dem Kontinuierlichen oder dem Analogen und dem Diskreten oder dem Digitalen.⁹ Siegert setzt diesen Riss historisch im 18. und 19. Jahrhundert an, in der Zeit als der französische Mathematiker Jean Baptiste Joseph Fourier sein Kalkül entwickelte:

Seit Fourier [...] hört das Rauschen des Meeres auf, die Grenze der Analyse (des Wahrnehmbaren und des Sagbaren) zu bezeichnen; mit Fourier werden unendliche Summen von Oszillationen zum Medium der Analyse selbst. Die Analyse operiert nun nicht mehr über dem Abgrund des Realen als dem Reich des Nichtrepräsentierbaren, sondern *im* Realen/Reellen. Fouriers Analyse macht nicht mehr wie Leibniz' Analyse vor dem Unbewußten als dem Ununterscheidbaren halt, sie begibt sich vollständig hinein.¹⁰

Mithilfe der Fourier-Transformation wird erstmals der gesamte Bereich real auftretender Signale nach der Zeit und der Frequenz mathematisch analysierbar und somit Teil des Archivs, des Aussagbaren, wie es Michel Foucault definiert.¹¹ Und dies sowohl in kontinuierlichen als auch in diskreten Frequenzspektren. Zur Unterscheidung dieser beiden Fälle wird in der Mathematik zwischen *Fourier-Transformationen* und *Fourier-Reihen* differenziert, die beide von Fourier entwickelt wurden.¹² Erstere transformieren eine *kontinuierliche* Zeit-Funktion in ein *unendliches, kontinuierliches* Spektrum, letztere eine *kontinuierliche* Zeit-Funktion in ein ebenso *unendliches*, aber *diskretes* Spektrum harmonischer Frequenzen.¹³ In der folgenden Arbeit ist, wenn von der klassischen Fourier-Transformation die Rede ist, meist die unendliche Fourier-Reihe gemeint, um sie von den beiden *endlichen* Algorithmen zu unterscheiden,

⁷ „Es geht mithin um Medientechnologien, um Übertragung, Speicherung, Verarbeitung von Information.“ Friedrich Kittler. *Draculas Vermächtnis. Technische Schriften*. Leipzig: Reclam, 1993, S. 8.

⁸ Jussi Parikka. „Operative Media Archaeology. Wolfgang Ernst's Materialist Media Diagrammatics“. In: *Theory, Culture & Society* 28.5 (Sep. 2011), S. 52–74, hier S. 59.

⁹ Bernhard Siegert. *Passage des Digitalen*. Berlin: Brinkmann & Bose, 2003, S. 16.

¹⁰ Ebd., S. 18.

¹¹ „Das Archiv [...] ist das, was an der Wurzel der Aussage [...] *das System ihrer Aussagbarkeit* definiert.“ Michel Foucault. *Archäologie des Wissens*. [*L'Archéologie du savoir*, Paris: Edition Gallimard, 1969]. Aus dem Französischen übers. von Ulrich Köppen. Frankfurt a. M.: Suhrkamp, 1981, S. 188.

¹² Siehe hierzu vor allem die Kapitel 4.1 und 4.2 unten ab S. 41.

¹³ Vgl. hierzu aus mathematischer Perspektive: Elbert Oran Brigham. *FFT. Schnelle Fourier-Transformation*. [*The Fast Fourier Transform*, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1974]. Aus dem Amerikanischen übers. von Seyed Ali Azizi. 6. Aufl. München und Wien: Oldenbourg, 1995, S. 15–19; aus medienwissenschaftlicher Perspektive: Friedrich Kittler. „Real Time Axis, Time Axis Manipulation“. In: Ders. *Draculas Vermächtnis. Technische Schriften*. Leipzig: Reclam, 1993, S. 182–206, hier S. 196–199.

die auf Digitalcomputern in der Regel ausgeführt werden: der *diskreten* Fourier-Transformation (DFT) und der *schnellen*, aber ebenfalls *diskreten* Fourier-Transformation (FFT). Diese beiden zuletzt genannten Verfahren transformieren *endliche* Listen diskreter Abtastwerte in ein *endliches*, diskretes Frequenzspektrum oder wieder zurück.¹⁴ Kittler argumentiert mithilfe dieser zuletzt genannten Algorithmen und nimmt ihre Implementierung auf Digitalcomputern zum Anlass, um über das Ende klassischer Geschichtsschreibung nachzudenken:

„Die Wirklichkeiten [...] sind langsam und unbeschreiblich ausführlich.“ Weshalb ihre Analyse im Zeitbereich, von Herodot bis Heidegger, auch nur Geschichtsschreibung sein konnte. Erst, wenn es gelingt, einen Zeitbereich ganz ohne Metaphysik oder Geschichtsphilosophie in den Frequenzbereich zu transformieren, schwindet diese Unbeschreiblichkeit. Nichts anderes leistet die FFT. Sie ersetzt die Zeitachse als klassische Abszisse von Ereignisketten durch eine Frequenzachse, [...].¹⁵

Angeichts der Verfügbarkeit zeitkritisch operierender Digitalcomputer wird die „langsame“ Wirklichkeit nicht nur auf der klassischen *makrozeitlichen* Achse der Geschichte, sondern in beliebig kleinen, *mikrozeitlichen* Intervallen auf der Zeitachse und obendrein – dank Algorithmen wie der FFT – auch auf der Frequenzachse analysierbar. Ernst zufolge trennt diese Fähigkeit Menschen und Digitalcomputer, ganz analog zur Annahme der *Digital Humanities*. So schreibt er zum Beispiel zur Analyse von Stimmaufzeichnungen:

[F]ast Fourier transform is the „analytic“ operation performed by the computer itself when translating a recorded voice event into the mathematical regime, thus making cultural analysis calculable in ways that only computing can do. At that moment, the machine is the better media archaeologist of culture, better than any human. [...] Only by application of such media technological tools can we explain the microtemporal level of such events.¹⁶

Anstatt Fourier-Transformationen jedoch nur als *Parergon*, als „Beiwerk“ oder „Nebenwerk“, digitaler Technologien zu verstehen, rücken diese Algorithmen in der vorliegenden Arbeit als Hauptakteure direkt in den Fokus. Dazu muss in Kapitel 2 die „Frage nach dem Algorithmus“ zunächst erneut gestellt werden, um anhand von Definitionen aus der Informatik und der zeitgenössischen Medienwissenschaft diejenigen Aspekte einzukreisen, die in einer medienarchäologischen Untersuchung an Algorithmen hervorzuheben sind.

Die Annahme, dass neben Menschen, Tieren oder Maschinen auch alle anderen Objekte über gewisse Handlungsmacht verfügen, ist der Grundgedanke der Objektorientierten Ontologie, deren Vokabular und Methodik in Kapitel 3 eingeführt werden. Die Vertreter die-

¹⁴ Siehe hierzu den Beginn von Kapitel 5 unten ab S. 73.

¹⁵ Kittler, „Real Time Axis, Time Axis Manipulation“, S. 199 f. Kittler zitiert hier eingangs aus Rainer Maria Rilkes *Die Aufzeichnungen des Malte Laurids Brigge* (1910).

¹⁶ Wolfgang Ernst. „Media Archaeography. Method and Machine versus History and Narrative of Media“. In: *Media Archaeology. Approaches, Applications, and Implications*. Hrsg. von Erkki Huhtamo und Jussi Parikka. Berkeley, Los Angeles und London: University of California Press, 2011, S. 239–255, hier S. 245.

ser spekulativen Philosophie versuchen, alle Untersuchungsgegenstände zunächst so isoliert wie möglich zu betrachten, um ihre Eigenschaften und ihr Wirken in der Welt beschreiben zu können. Sie kritisieren, dass übliche Untersuchungen beliebiger Objekte weniger die Dinge selbst als vielmehr ihr Verhältnis zu menschlichen Subjekten oder sozialen Strukturen im Blick hätten: „When we welcome these things into scholarship, poetry, science and business, it is only to ask how they relate to human productivity, culture, and politics.“¹⁷ Als prominentes Beispiel für diesen Vorwurf kann Lev Manovichs *Language of New Media* (2001) dienen. Obwohl im gesamten Buch viele Computeralgorithmen aufgezählt werden, wird ihre Funktion nur oberflächlich erläutert.¹⁸ Im Gegensatz dazu widmet sich die vorliegende Arbeit gezielt einzelnen Teilschritten der Fourier-Transformation.

Die Konsequenz aus dieser methodischen Ausrichtung ist, dass es in dieser Arbeit hauptsächlich um die objektorientierten *Grundoperationen* geht, die ihr algorithmisches Werk von den menschlichen Sinnen normalerweise unbemerkt im Verborgenen verrichten und *nicht* um die schon beschriebene Kernfunktion der Fourier-Transformation, die Frequenzanalyse oder -synthese. Ziel ist es, auf diese Weise eine neue Möglichkeit zu erproben, Algorithmen medienarchäologisch zu untersuchen. Erneut eignet sich die Fourier-Transformation hierfür gleich in zweierlei Hinsicht. Erstens lässt sich an einer der drei Operationen, die in Fouriers klassischem Algorithmus zur Berechnung eines Koeffizienten der harmonischen Reihe durchgeführt werden muss, eine Mediengenealogie abseits einer klassischen Medien-geschichtsschreibung aufzeigen. Denn objektorientiert verstanden ist die besagte Operation, die im Mittelpunkt von Kapitel 4 steht, nicht nur in Fouriers Mathematik, sondern ebenso in Leibniz' Philosophie, in Experimentalanordnungen der physiologischen Akustik des 19. Jahrhunderts und schließlich im amplitudenmodulierten Radio operativ wiederzufinden.

Der zweite Aspekt wird in Kapitel 5 diskutiert. Hier wird vom makrozeitlichen Auftauchen einer Grundoperation zu einer mikrozeitlichen Betrachtung des Algorithmus gewechselt und mithilfe von Quellcode, Diagrammen und Informatiklehrbüchern untersucht, auf welche Weise die algorithmische Beschleunigung der FFT realisiert wird. Im Zuge dessen muss zwar das Vokabular der Objektorientierten Ontologie kritisch revidiert werden, doch erwächst aus dieser Kritik auch ein neuer Begriff für das Zeitbegriffsvokabular der Medienarchäologie: die *algorithmische Zeit*. Am Schluss dieser Arbeit wird so im Falle von Algorithmen eine medienarchäologische Beschreibung dessen möglich, was Ernst einmal als „die Doppel-

¹⁷ Ian Bogost. *Alien Phenomenology, or What It's Like to Be a Thing*. Minneapolis und London: University of Minnesota Press, 2012, S. 3.

¹⁸ Ein „Photoshop filter“ funktioniere demnach, indem er „reads in the pixel values, performs some actions on them, and writes modified values to the screen.“ Lev Manovich. *The Language of New Media*. Cambridge und London: MIT Press, 2001, S. 121. Und zu „The operations“, die er im gleichnamigen Kapitel untersucht, notiert Manovich weiter: „They are not only within the computer but also in the social world outside it.“ Ebd., S. 118.

natur des Zeitkritischen“ bezeichnet hat: „zeitlicher Vollzug einerseits, die mathematische Logik der Denkbarkeit, Messbarkeit und Machbarkeit dieses Zeitvollzugs andererseits.“¹⁹ In die hier angedeutete Lücke zwischen zeitlichem Vollzug und seiner Messbarkeit zielt der vorgeschlagene Begriff der algorithmischen Zeit, mit dem die algorithmenspezifischen Anteile seiner Laufzeit medienarchäologisch greifbar werden sollen.

Die *Digital Humanities* hoffen, durch die Verbindung von Methoden aus Informatik und Geisteswissenschaft den Horizont aller kulturellen Analysen zu erweitern. Auch in dieser Arbeit wird die Fusion zweier Forschungsansätze, der Medienarchäologie und der Objektorientierten Ontologie, versucht. Das hiesige Medientheorieexperiment hat jedoch zwei deutlich bescheidenere Ziele. Es kann bereits dann als erfolgreich gelten, wenn es erstens das medienarchäologische Verständnis von Algorithmen aus der objektorientierten Perspektive erhellt und zweitens, wenn die dabei gewonnenen Erkenntnisse und Begriffe der Medienarchäologie selbst zugute kommen und ihr so neue Perspektiven für die Analyse technischer Medien eröffnet werden.

¹⁹ Wolfgang Ernst. „Die Frage nach dem Zeitkritischen“. In: *Zeitkritische Medien*. Hrsg. von Axel Volmar. Berlin: Kadmos, 2009, S. 27–42, hier S. 29.

2 Die Frage nach dem Algorithmus

In seinem medienarchäologischen Projekt zu den „Zeitwe(i)sen und Zeitgaben/-gegebenheiten technischer Medien“¹ stellt Wolfgang Ernst die Frage nach dem Status von Algorithmen als der funktionalen Logik digitaler Computer stets im Verhältnis zur Materialität der zugrunde liegenden Computerhardware: „Inwieweit hängt der historische Index und die Beschreibbarkeit der Zeit technischer Medien an ihrer Materie, inwieweit an ihrer funktionalen Logik?“² Für die Medienarchäologie sind beide Fragen wichtig. Ernst betont, dass „die Parameter Materialität und Funktionalität“ in der Untersuchung technischer Medien entsprechend des konkreten Untersuchungsgegenstands variiert werden sollten, sodass sich, anstatt einer binären Opposition zwischen Hard- und Softwareanalyse, zwei stufenlos wählbare Analyse-Optionen ergeben:

Während der Phonograph in erster Linie ein mechanisches Werk darstellt, das an seiner konkreten Verkörperung (also Hardware) hängt, ist der Computer in erster Linie eine logische Maschine, die an ihrer Programmierung (Software) hängt – eine Logik, die sich zwar prozessual in der Zeit ereignen muß, um Algorithmen überhaupt zu realisieren, aber im Prinzip (*en arché*) nicht entscheidend der physikalisch-entropischen Zeit verfallen ist wie die Wachswalze eines Phonographen.³

Im Falle des Computers steht also – „in erster Linie“, aber nicht ausschließlich – eine Analyse der Software ergo von Algorithmen aus. Denn wird der Computer nach der dominanten Von-Neumann-Architektur als speicherprogrammierbare Rechenmaschine definiert, so ist seine Operation im Vollzug mit der Ausführung der in seinem Speicher befindlichen Programme gleichzusetzen.

Computerprogramme lassen sich in einer ersten populärwissenschaftlichen Arbeitsdefinition nach den Mathematikern Jochen, Oliver und Bernd Ziegenbalg wie folgt definieren: „Ein Programm ist ein Algorithmus, der in einer Sprache formuliert ist, welche die Abarbeitung

¹ Meine Komprimierung der Untertitel von Ernsts zweibändigem Werk *Chronopoetik/Gleichursprünglichkeit*. Vgl. Wolfgang Ernst. *Chronopoetik. Zeitweisen und Zeitgaben technischer Medien*. Berlin: Kadmos, 2012; Wolfgang Ernst. *Gleichursprünglichkeit. Zeitwesen und Zeitgegebenheit technischer Medien*. Berlin: Kadmos, 2012.

² Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 368.

³ Ebd., S. 368 f.

durch einen Computer ermöglicht. Jedes Programm ist also ein Algorithmus.“⁴ Die Definition eines Algorithmus wurde von den gleichen Autoren zuvor gegeben: „Ein Algorithmus ist eine endliche Folge von eindeutig bestimmten Elementaranweisungen, die den Lösungsweg eines Problems exakt und vollständig beschreiben.“⁵ Ein Algorithmus ist folglich die Verschriftlichung einer endlichen Problemlösung in einer beliebigen Alltagssprache – zum Beispiel der deutschen oder englischen –, wohingegen im Falle eines Computerprogramms diese Schritte bereits in äquivalente Elementaroperationen aus dem Instruktionssatz der sie ausführenden Maschine übersetzt wurden.⁶

Die Arbeitsdefinitionen für die Begriffe Programm und Algorithmus der Ziegenbalgs stimmen zum größten Teil mit den Definitionen des Mathematikers und Informatikers Donald Knuth überein, der sich seit den 1960er Jahren in der Reihe *The Art of Computer Programming* der Aufgabe widmet, seinen Lesern, „people who will be more than just casually interested in computers, yet [...] by no means only [...] the computer specialists“,⁷ ein möglichst *zeitloses* Wissen über Computerprogrammierung zu vermitteln.⁸

My original goal was to bring readers to the frontiers of knowledge in every subject that was treated. But it is extremely difficult to keep up with a field that is economically profitable, and the rapid rise of computer science has made such a dream impossible. [...] Therefore my new goal has been to concentrate on „classic“ techniques that are likely to remain important for many more decades, and to describe them as well as I can.⁹

Das erste Kapitel von Knuths Monumentalwerk beginnt mit seiner Algorithmusdefinition:

The modern meaning for algorithm is quite similar to that of *recipe, process, method, technique, procedure, routine, rigmarole*, except that the word „algorithm“ connotes something just a little different. Besides merely being a finite set of rules that gives a sequence of operations for solving a specific type of problem, an algorithm has five important features: *Finiteness*[, ...] *Definiteness*[, ...] *Input*[, ...] *Output*[, ...] *Effectiveness*[...].¹⁰

⁴ Jochen Ziegenbalg, Oliver Ziegenbalg und Bernd Ziegenbalg. *Algorithmen von Hammurapi bis Gödel*. [Erstveröffentlichung: Heidelberg, Berlin und Oxford: Spektrum, 1966]. 2. Aufl. Frankfurt a. M.: Harri Deutsch, 2007, S. 25. Im Original ist „Programm“ fett gedruckt.

⁵ Ebd., S. 23. Im Original ist „Algorithmus“ fett gedruckt.

⁶ Gesetzt den Fall, es handelt sich um ein in Assembler oder direkt in Maschinensprache geschriebenes Programm. Im Falle einer höheren Programmiersprache entsprechen die „Elementaranweisungen“ den jeweils zur Verfügung stehenden Sprachmitteln. Hier sorgt ein Compiler bzw. ein Interpreter für die finale Übersetzung in die „Elementaranweisungen“ des jeweiligen Instruktionssatzes der das Programm ausführenden Maschine.

⁷ Donald Ervin Knuth. *The Art of Computer Programming*. Bd. 1: *Fundamental Algorithms*. [Erstveröffentlichung: 1968]. 3. Aufl. Reading u. a.: Addison-Wesley, 1997, S. vi.

⁸ Bisher erschienen sind in der auf fünf Hauptbände ausgelegten Reihe die Bände 1 bis 4A. Knuth arbeitet weiterhin an den Bänden 4B, 4C und 5, deren Fertigstellung nicht vor 2025 zu erwarten sei. Vgl. Donald Ervin Knuth. *The Art of Computer Programming (TAOCP) [Website]*. 3. Aug. 2016. URL: <http://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/taocp.html> (besucht am 15. 11. 2016).

⁹ Knuth, *Fundamental Algorithms*, S. vi f.

¹⁰ Ebd., S. 4 ff.

Die erste Eigenschaft, *finiteness* oder *Endlichkeit*, unterscheidet Algorithmen laut Knuth von allgemeineren *rechnerischen Sequenzen* oder *Methoden*: „Some computational sequences may never terminate; an *algorithm* is a computational method that terminates in finitely many steps [...]“¹¹ Jeder korrekte Algorithmus liefert sein Ergebnis nach einer endlichen Operationsanzahl, folglich also auch nach einer endlichen Zeitspanne. Anhand der *definiteness* beziehungsweise *Eindeutigkeit* macht Knuth den Unterschied zwischen Algorithmen und Kochrezepten deutlich, die ihm zuvor noch als eine erste Analogie dienten:

Let us compare the concept of an algorithm with that of a cookbook recipe. A recipe presumably has the qualities of finiteness [...], input (eggs, flour, etc.) and output (TV dinner, etc.), but it notoriously lacks definiteness. There are frequent cases in which a cook's instructions are indefinite: „Add a dash of salt.“ A „dash“ is defined to be „less than 1/8 teaspoon,“ and salt is perhaps well enough defined; but where should the salt be added—on top? on the side?¹²

Die einzelnen Schritte eines Algorithmus hingegen dürfen keinerlei Mehrdeutigkeiten aufweisen, jeder Sonderfall muss berücksichtigt werden. Aus diesem Grund sieht Knuth eine Schwierigkeit darin, dass die Beispiele in seinem Buch „are specified in the English language, so there is a possibility that the reader might not understand exactly what the author intended.“ Potenzielle Missverständnisse bei der Formulierung von Computeralgorithmen in natürlichen Sprachen sind laut Knuth der ganze Grund für die Entwicklung von Programmiersprachen: „formally defined *programming languages* or *computer languages* are designed for specifying algorithms, in which every statement has a very definite meaning.“¹³

Dennoch beginnt jedes Lehrbuch zu einer Programmiersprache mit Erläuterungen in einer natürlichen Sprache. Um Missverständnisse möglichst auszuschließen, wird auf weitere Mittel zurückgegriffen. Ein Beispiel: Wie in der Programmiersprache C Zeichenketten behandelt werden, erläutern die Sprachentwickler, Brian Kernighan und Dennis Ritchie, wie folgt: „[W]hen a string constant like `\"hello\\n\"` appears in a C program, it is stored as an array of characters containing the characters of the string and terminated with a `'\\0'` to mark the end.“¹⁴ Auf diese natürlichsprachliche Beschreibung folgt eine diagrammatische Abbildung, die den Speicherbereich visualisieren soll, in dem die Zeichenkette `hello\\n` byteweise, das heißt Zeichen für Zeichen und mit dem angesprochenen abschließenden Nullzeichen, vom Compiler abgelegt wird. Darüber hinaus wurden in der theoretischen Informatik weitere Darstellungen entwickelt, um die Eindeutigkeit von Befehlen in höheren Programmiersprachen abzusichern. Die bekannteste ist sicherlich die sogenannte „Backus-Naur-Form“, eine

¹¹ Knuth, *Fundamental Algorithms*, S. 8.

¹² Ebd., S. 6.

¹³ Beide Zitate in diesem Absatz: Ebd., S. 5.

¹⁴ Brian Wilson Kernighan und Dennis MacAlistair Ritchie. *The C Programming Language*. [Erstveröffentlichung: 1978]. 2. Aufl. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1988, S. 30.

symbolische Metasprache, die nach den Informatikern John Backus und Peter Naur benannt und explizit zum Zweck der eindeutigen Beschreibung von Programmiersprachen entwickelt wurde.¹⁵

In Knuths Definition des Algorithmusbegriffs folgen nun die beiden Eigenschaften *Eingabe* und *Ausgabe*. Sie weisen darauf hin, dass ein Algorithmus grundsätzlich mit irgendeiner Form von *Daten* operiert, die bei seinem Aufruf als Eingabe zur Verfügung stehen müssen und die während der Laufzeit des Algorithmus transformiert werden, um Ausgabedaten als Ergebnis zu erzeugen. Eingabe- und Ausgabedaten sind demnach so fundamental für die *praktische* Durchführung eines Algorithmus, dass sie auch in der theoretischen Definition des Begriffs berücksichtigt werden müssen. Auch der Medienwissenschaftler Andrew Goffey weist auf diesen Umstand hin: „Even the simplest algorithm for sorting a list of numbers supposes an unsorted list as input and a sorted list as output [...]. Although computer scientists reason about algorithms independently of data structures, the one is pretty near useless without the other.“¹⁶ Sein Seitenhieb, die Informatik betrachte Datenstrukturen nur getrennt von Algorithmen, führt zwar mit Hinweis auf Knuths Definition ins Leere, jedoch wird hieran deutlich, wie wichtig der Einschluss von Eingabe- und Ausgabedaten in den Begriff des Algorithmus ist. Auch Lev Manovich schreibt, dass „Algorithms and data structures have a symbiotic relationship.“¹⁷ Die zuerst angeführte Arbeitsdefinition nach den Ziegenbalgs bezog sich jedoch in der Tat nur auf den „Lösungsweg“.

Vielleicht liegt genau hierin die Stärke von Goffeys Kritik, wenn sie gegen einen zu naiven Algorithmusbegriff verstanden wird. Ähnlich argumentiert auch Marcus Burkhardt, der konstatiert: „Dass der Betrachtung von Befehlen, Algorithmen und Programmen im Vergleich zu den Daten Vorrang eingeräumt wird, ist [...] typisch für die Geschichte des Computers.“ Er führt dies auf die immense Bedeutung von Alan Turings Entwurf einer universalen Rechenmaschine als dem klassischen Beschreibungsmodell für moderne Digitalcomputer zurück: „Auch wenn Daten respektive Datenträger im Modell der Turingmaschine neben dem Prozessor und dem Programm das dritte zentrale Element bilden, sind Daten gegenüber den sie verarbeitenden Programmen sekundär.“¹⁸ Diese Lesart sei laut Burkhardt in der Medien- und

¹⁵ Backus war als Hauptentwickler der frühen Programmiersprache FORTRAN bekannt. Zusammen mit Naur arbeitete er gegen Ende der 1950er Jahre im Komitee, das die Sprache ALGOL entwickelte und standardisierte. In diesem Zusammenhang entstand auch die Metasprache in Anlehnung an vergleichbare Konzepte aus der theoretischen Linguistik nach Noam Chomsky. Vgl. Donald Ervin Knuth. „Backus Normal Form versus Backus Naur Form“. In: *Communications of the ACM* 7.12 (Dez. 1964), S. 735–736. In diesem Artikel schlug Knuth den heute üblichen Namen der Metasprache vor.

¹⁶ Andrew Goffey. „Algorithm“. In: *Software Studies. A Lexicon*. Hrsg. von Matthew Fuller. Cambridge und London: MIT Press, 2008, S. 15–20, hier S. 18.

¹⁷ Manovich, *Language of New Media*, S. 223.

¹⁸ Beide Zitate: Marcus Burkhardt. *Digitale Datenbanken. Eine Medientheorie im Zeitalter von Big Data*. Biele-

Kulturwissenschaft gerade deshalb weit verbreitet, weil sie Marshall McLuhans Credo – wonach „das Medium die Botschaft ist“ und „der ‚Inhalt‘ jedes Mediums der Wesensart des Mediums gegenüber blind macht“¹⁹ – scheinbar unterstütze, indem es den Blick weg von den Daten als den „Inhalten“ des Mediums Computer auf das Medium selbst lenke: die universale Rechenmaschine.

Für den hiesigen Zweck einer medientheoretischen Schärfung des Algorithmusbegriffs lohnt daher ein direkter Blick in Alan Turings Aufsatz „Über berechenbare Zahlen“ aus dem Jahr 1937. Turing definiert dort zwar nicht wörtlich Algorithmen, sondern diverse *Maschinen*: „automatische Maschinen“, „rechnende Maschinen“, „zirkuläre und zirkelfreie Maschinen“ sowie schließlich die besagte „universale Rechenmaschine“.²⁰ Dieser begriffliche Unterschied stellt jedoch für die hiesige Diskussion kein Problem dar, weil „die physikalische Church-Turing-Hypothese [...] die physische Hardware mit den Algorithmen ihrer Berechnung gleichsetzt“.²¹ *Automatisch* ist eine Maschine laut Turing, sobald alle ihre Schritte ausschließlich von ihrem „Zustand *vollständig* bestimmt“ werden, also keinerlei Eingriff durch einen äußeren, menschlichen Operator nötig ist.²² Hierin zeigt sich Eindeutigkeit eines Algorithmus, denn nur wenn die einzelnen Schritte eindeutig definiert werden können, kann eine Maschine sie automatisch ausführen. In Knuths Worten: „an algorithm must be specified to such a degree that even a computer can follow the directions“, nämlich ohne äußere Hilfe.²³ Die bisherige Arbeitsdefinition des Algorithmus nach den Ziegenbalgs und Knuth lässt sich dann anhand von Turings Definition der „rechnenden Maschine“ rekonstruieren:

Wenn eine [automatische] *a*-Maschine zwei Arten von Symbolen ausdrückt, deren erste Art (Ziffern genannt) gänzlich aus 0 und 1 besteht (während die anderen Symbole der zweiten Art heißen), dann wird die Maschine rechnende Maschine heißen. Wenn die Maschine mit einem leeren Band versorgt und vom korrekten Anfangs-*m*-Zustand aus in Bewegung gesetzt wird, dann heißt die Unterfolge der von ihr gedruckten Symbole erster Art die *von der Maschine berechnete Folge*.²⁴

Hier sind unschwer die Eigenschaften Eingabe und Ausgabe zu erkennen. Dass das „Band“,

feld: Transcript, 2015, S. 90.

¹⁹ Marshall McLuhan. *Die magischen Kanäle. „Understanding Media“*. [Understanding Media, New York: McGraw-Hill, 1964]. Aus dem Amerikanischen übers. von Meinrad Amann. Düsseldorf u. a.: ECON, 1992, S. 17, 19.

²⁰ Vgl. Alan Mathison Turing. „Über berechenbare Zahlen mit einer Anwendung auf das Entscheidungsproblem“. [„On Computable Numbers“, London, 1937]. In: Ders. *Intelligence Service. Schriften*. Hrsg. von Bernhard Dotzler und Friedrich Kittler. Aus dem Englischen übers. von Bernhard Siegert. Berlin: Brinkmann & Bose, 1987, S. 17–60, hier S. 21–31.

²¹ Friedrich Kittler. „Es gibt keine Software“. In: Ders. *Draculas Vermächtnis. Technische Schriften*. Leipzig: Reclam, 1993, S. 225–242, hier S. 234.

²² Turing, „Über berechenbare Zahlen“, S. 21.

²³ Knuth, *Fundamental Algorithms*, S. 6.

²⁴ Turing, „Über berechenbare Zahlen“, S. 21 f.

der Speicher in Turings Definition, zu Beginn noch leer ist, stellt auch kein Problem dar, legt Knuth doch explizit fest, dass ein Algorithmus „zero or more *inputs*“ haben könne. Wichtiger sei, dass ein Algorithmus „one or more *outputs*“ habe,²⁵ was mit Turings Definition der „von der Maschine berechneten Folge“ übereinstimmt.

Wird einer rechnenden Maschine obendrein noch das Prädikat *zirkelfrei* zuerkannt, findet auch die Endlichkeit von Algorithmen ihre Entsprechung in Turings Terminologie, denn als *zirkelfrei* bezeichnet dieser eine Maschine, deren „Abschnitt der Bewegung [...] nach einer endlichen Anzahl von Schritten beendet [wird].“²⁶ Ein Bewegungsabschnitt wird bei Turing stets durch das Drucken von Symbolen erster Art – 0 oder 1 – auf dem Band signalisiert, die in seinen Maschinen ausschließlich den Ziffern der jeweils zu errechnenden Folge, sprich den Ergebnissen vorbehalten sind.²⁷

Turings Einführung der *universalen Rechenmaschine* verlässt jedoch den Gültigkeitsbereich der Church-Turing-Hypothese, der Gleichsetzung von rechnenden Maschinen und Algorithmen. Denn es ist zwar möglich, jene „einzige Maschine zu erfinden, die dazu verwendet werden kann, jede berechenbare Folge zu errechnen.“²⁸ Doch funktioniert eine solche universale Maschine niemals ohne ein zusätzliches *Programm*, wie Turing sofort anfügt: „Wenn diese Maschine \mathcal{U} mit einem Band gespeist wird, dessen Anfang mit der D. N. irgendeiner rechnenden Maschine \mathcal{M} beschriftet ist, so wird \mathcal{U} dieselbe Folge wie \mathcal{M} errechnen.“²⁹ Und eben diese Beschreibungszahlen – wofür die Abkürzung D. N. als *description number* steht³⁰ – codieren die einzelnen Schritte einer rechnenden Maschine \mathcal{M} , die die universale Maschine \mathcal{U} imitieren soll.³¹ Sie codieren demnach zwar nicht endliche Algorithmen im strengen Sinne Knuths, da Turingmaschinen stets unendlich weiterlaufen und niemals anhalten, lassen sich aber mit seinem Begriff des *Programms* fassen, der dem eingangs zitierten Begriff der Ziegenbalgs entspricht: „An expression of a computational method in a computer language is called

²⁵ Beide Zitate: Knuth, *Fundamental Algorithms*, S. 5.

²⁶ Turing, „Über berechenbare Zahlen“, S. 37.

²⁷ Nach dieser Definition ließe sich eine von Turing *zirkulär* getaufte Maschine, deren Bewegungsabschnitt niemals endet, „wenn sie weiterläuft und möglicherweise Symbole der zweiten Art ausdrückt, aber keine Symbole der ersten Art mehr ausdrücken kann“ (ebd., S. 22), grob mit Knuths Begriff der rechnerischen Sequenz vergleichen, die ebenfalls endlos weiterlaufen kann. Um solche „nichtabbrechende[n]“ Sequenzen auch unter dem Algorithmusbegriff fassen zu können, unterscheiden die Ziegenbalgs zwischen „*statische[r]* Endlichkeit“, der endlichen Beschreibung des Algorithmus, und „*dynamische[r]* Endlichkeit“, das heißt endlich vieler Schritte bis zum Erscheinen des Ergebnisses. Sie halten nur die statische Endlichkeit für notwendig und können so auch „nichtabbrechende Algorithmen“ besprechen. Ziegenbalg, Ziegenbalg und Ziegenbalg, *Algorithmen*, S. 24.

²⁸ Turing, „Über berechenbare Zahlen“, S. 31.

²⁹ Ebd., S. 31 f.

³⁰ Vgl. ebd., S. 30.

³¹ Vgl. ebd., S. 25–31 zur Erläuterung der Codierung von Rechenmaschinenschritten in Beschreibungszahlen, die Turing für seine universale Rechenmaschine vorsieht.

a *program*.³² Es ist somit nicht nur das theoretisch angenommene unendliche Speicherband, welches das reale Konstruieren und Invollzugsetzen einer universalen Turingmaschine verhindert, wie Kittler es betont.³³ Die universale Rechenmaschine bleibt ohne ein Programm auf ihrem Speicherband, ohne die Beschreibung einer Maschine, die sie imitieren soll, ebenso ohne Ausgabe und folglich ohne Wirkung in der realen Welt. Sie bleibt in den Worten Knuths ein mathematisches Gedankenexperiment: „Turing machines are not actual computers; they are theoretical constructions used to prove that certain problems are unsolvable by algorithms.“³⁴ Der ganze Sinn von Turingmaschinen, ihr Wesen als Medium im Sinne McLuhans und egal, ob als real gebauten Computern oder als idealisiertes Gedankenexperiment, liegt demnach im Ausführen von Programmen aus Anweisungen und Daten. Andernfalls können universale Turingmaschinen nicht einmal im Gedankenexperiment erfolgreich gestartet werden.

Bekanntlich fließt Turings Gedankenexperiment um das Jahr 1945 in ein technologisches Konzept ein, das seitdem die tatsächliche Konstruktion von Digitalcomputern dominiert, weil es jenen theoretischen Einschluss von Befehlen und Daten in Algorithmen auch materiell festschreibt. Der Mathematiker John von Neumann hatte mit der Arbeitsgruppe um Presper Eckert und John Mauchly an der Moore School of Electrical Engineering den berühmten „First Draft“ verfasst, der ihren Entwurf des *Electronic Discrete Variable Automatic Computer* (EDVAC) beschreibt. Kernbestandteil dieses Konzepts eines speicherprogrammierbaren Computers ist die Festlegung, dass Befehle und Daten im selben technologischen Speicher abgelegt werden: „The orders which are received by CC come from M, i. e. from the same place where numerical material is stored.“³⁵ Die Unterbringung von Befehlen und Daten in einem gemeinsamen Speicher erfordert eine einheitliche Codierung, für die von Neumann das duale Zahlensystem vorsieht. Ob es sich um ein Datenwert oder einen Befehl handelt, solle die Maschine anhand der ersten Ziffer einer jeweils 32 Zeichen umfassenden Speicherstelle unterscheiden: „We agree accordingly that $i_0 = 0$ is to designate a standard number, and $i_0 = 1$ an order.“³⁶ Knuths Definition des Algorithmus, in dem die zu verarbeitenden

³² Knuth, *Fundamental Algorithms*, S. 5.

³³ Vgl. Kittler, „Es gibt keine Software“, S. 237.

³⁴ Knuth, *Fundamental Algorithms*, S. 230.

³⁵ John von Neumann. „First Draft of a Report on the EDVAC“. [Erstveröffentlichung: University of Pennsylvania, 30. Juni 1945]. In: *IEEE Annals of the History of Computing* 15.4 (Okt.–Dez. 1993), S. 27–75, hier S. 37. Die Seitenangaben zu den Zitaten hieraus folgen der Paginierung des \TeX -Typoskripts von Michael Godfrey, der den „First Draft“ für die *Annals of the History of Computing* aufbereitete. Sein Typoskript wurde dort ohne Anpassung an das Zeitschriftenlayout abgedruckt, sodass seine Paginierung zusätzlich zu der der Zeitschrift angegeben wurde. Diese Paginierung entspricht auch denen der im Netz zirkulierenden PDF-Versionen des „First Draft“ nach Godfrey. Die Abkürzungen „CC“ und „M“ stehen für „Central Control“ respektive „Memory“. Vgl. ebd., S. 2 f.

³⁶ Ebd., S. 39.

Daten und die Ergebnisse essenzielle Eigenschaften neben der Endlichkeit und der Eindeutigkeit der Rechenschritte sind, bringt diesen technischen Fakt auch diskursiv auf einen präzisen Begriff. Eine hieran anschließende medientheoretische Analyse von Algorithmen erweist sich demnach nur dann als genuin medienarchäologische Methode, wenn sie nicht nur die logisch funktionalen Rechenschritte, sondern auch die Beschaffenheit der Ein- und Ausgabedaten berücksichtigt. So gelingt schließlich die Rückkopplung der zwei Parameter Materialität und Funktionalität beziehungsweise Hardware und Software, die eingangs nach dem Zitat von Ernst nicht als Opposition, sondern als variable Optionen für medientheoretische und speziell medienarchäologische Untersuchungen zum modernen Digitalcomputer eingeführt wurden.

Spätestens bei der Betrachtung der *effectiveness*, der Effektivität, als der letzten Eigenschaft, die Knuth Algorithmen zuschreibt und die bis hierhin stillschweigend übergangen wurde, wird die unauflösbare Verbindung zwischen Funktionalität und Materialität deutlich, auf die eine ernst zu nehmende Medientheorie des Algorithmus eingehen muss: „An algorithm is also generally expected to be *effective*, in the sense that its operations must all be sufficiently basic that they can in principle be done exactly and in a finite length of time by someone using pen and paper.“ Für die Division zweier Zahlen, die Knuth als Beispiel heranzieht, existiere ein effektiver Algorithmus, solange die Eingabedaten endliche ganze Zahlen seien. „But the same operations would *not* be effective if the values involved were arbitrary real numbers specified by an infinite decimal expansion [...]“³⁷ Die Frage nach der *Effektivität*, die auch als mathematisch funktionale Machbarkeit verstanden werden kann, wird demnach häufig um die Frage nach der zeitlichen *Effizienz* ergänzt. Neben der rein mathematischen Machbarkeit stellt sich ganz praktisch die Frage, ob die betrachteten Verfahren auch in einer realistischen Zeitspanne durchführbar sind, denn jeder real ausgeführte Rechenschritt benötigt Zeit, je nachdem wer oder welche Maschine ihn ausführen und welche Art von Daten verarbeitet werden soll. Dass bei der Beantwortung dieser Fragen nach funktionaler *Effektivität* und materieller *Effizienz* vor allem die *Menge* der zu verarbeitenden Daten einen Anteil hat, wird im letzten Kapitel zur schnellen Fourier-Transformation diskutiert.

Somit lässt sich vorläufig festhalten, dass der Algorithmusbegriff, der hier für die Medienarchäologie stark gemacht werden soll, zeigt, wie eng die Analyse von Algorithmen auch ihre praktische Durchführung fordert, ihre tatsächliche Ausführung als Programm mit konkreten Daten auf einem Computer oder mit Bleistift und Papier, um die realen, zeitlichen Auswirkungen beurteilen zu können. Die Algorithmenanalyse in der Informatik, auch als Komplexi-

³⁷ Beide Zitate: Knuth, *Fundamental Algorithms*, S. 6.

tätstheorie bekannt,³⁸ gilt der Lösung eines klassischen Optimierungsproblems: „We are often faced with several algorithms for the same problem, and we must decide which is best.“³⁹ Auch die Medienarchäologie interessiert sich für diese nicht diskursiv verhandelbaren Auswirkungen. Ernst betont stets die Differenz zwischen Medienarchäologie und einer klassischen Mediengeschichtsschreibung, die sich hauptsächlich auf schriftliche Überlieferungen stütze und dabei sowohl gegenüber den quantifizierbaren Angaben der Komplexitätstheorie als auch den praktischen Erfahrungen der Operatoren der im Vollzug befindlichen Medienmaschinen, die ebenfalls nur selten verschriftlicht werden, gezwungenermaßen blind bliebe. Aus diesem Grund stellt er neben den Fragen nach der Hardware und der Software stets noch eine dritte Frage: „In welcher Weise entbirgt Medienarchäologie ein nicht-verschriftlichtes Wissen, die *tacit knowledge* technischer Medien, und das dadurch in Experiment und Experimentator induzierte performative, dynamische Wissen?“⁴⁰ Die Medienarchäologie versucht also eine dreifache Analyse technischer Medien: die der Hardware, die der Software und die des impliziten Wissens ihrer Operatoren. Der hier dargelegte Algorithmusbegriff nach den Ziegenbalgs und Knuth deutet an, dass Algorithmen Auswirkungen auf alle diese drei Teilbereiche haben können. Dies soll in dieser Arbeit auch medientheoretisch fruchtbar gemacht werden: Die medientheoretische Frage nach den Algorithmen ist demnach keine Frage nach der Hardware, nach der Software *oder* nach dem impliziten Wissen, sondern schließt *alle drei Fragen* ein und sucht nach den sie verbindenden Elementen.

Das im menschlichen Operator „induzierte, [...] dynamische Wissen“ der Medien hat nach Wolfgang Ernsts Begriff der Gleichursprünglichkeit zwei Seiten. Erstens löse es technische „Irritationen im Zeitbewußtsein“ des Menschen aus.⁴¹ Ein Beispiel, das Ernst in diesem Zusammenhang auf der Inhaltsebene erwähnt, ist die Unmöglichkeit für einen Radiohörer oder Fernsehzuschauer, ohne explizite Hinweise seitens der Sendeanstalt zwischen einer Aufzeichnung – oder einer *live-on-tape*-Sendung – und einer tatsächlichen Live-Sendung, also zwischen Vergangenheit und Gegenwart zu unterscheiden.⁴² Beide Zeitmodi sind in technischen Medien gleichursprünglich, ununterscheidbar am Werk: „Technische Speicherung und Übertragung läßt etwas *zugleich* historisch wie gegenwärtig sein.“⁴³

Zweitens ereignet sich die Gleichursprünglichkeit technischer Medien auch auf der funktionalen Ebene der Maschinen selbst: „Medienarchäologie schaut [...] auf solcherart medi-

³⁸ Vgl. Knuth, *Fundamental Algorithms*, S. 464. Zur Komplexitätstheorie siehe auch den Abschnitt in Kapitel 5.2 unten ab S. 97.

³⁹ Knuth, *Fundamental Algorithms*, S. 7.

⁴⁰ Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 368.

⁴¹ Ebd., S. 11.

⁴² Vgl. ebd., S. 70–76.

⁴³ Ebd., S. 74.

eninduzierte Zeitprozesse nicht nur auf dem Niveau ihrer semantischen Inhalte, sondern ebenso auf die Ebene der operativen Signifikanten.⁴⁴ Knuths historisches Eingangsbeispiel ist der sogenannte „Euklidische Algorithmus“ aus Euklids *Elementen* (gr. Στοιχεῖα, *Stocheia*) zur Ermittlung des größten gemeinsamen Teilers zweier positiver, ganzer Zahlen.⁴⁵ Wird dieser auf einem modernen Digitalcomputer ausgeführt, gelangt funktional das gleiche Wissen zum operativen Vollzug, das Euklid von Alexandria im vierten Jahrhundert v. Chr. auf Papyrus festhielt: „Wenn $C D$ aber $A B$ nicht mißt, und man nimmt bei $A B$, $C D$ abwechselnd immer das kleinere vom größeren weg, dann muß (schließlich) eine Zahl übrig bleiben, die die vorangehende mißt.“⁴⁶ In knapper, natürlicher Sprache formuliert, also nicht nur als Computerprogramm, sondern auch mit Bleistift und Papier durchführbar, ist Euklids Algorithmus ein weiteres Beispiel für die „grundsätzliche Technogrammatik“,⁴⁷ die Ernst in technischen Medien epistemologisch am Werk sieht: „Das im zeitlichen Sinne ursprünglich Entwickelte ist als Wissen aufgehoben in der aktuellen technischen Architektur, also gleichursprünglich in der Gegenwart.“⁴⁸ Auch auf dieser funktionalen Ebene verhält sich das epistemologische Wissen in Euklids Algorithmus invariant zur historischen Zeit seiner jeweiligen Durchführung – ob nun im Sand griechischer Strände oder als implementiertes Computerprogramm auf hochreinen und dotierten Siliziumchips.

In der praktischen Ausführung von Algorithmen werden jedoch noch weitere Zeitbegriffe als nur die historische Zeit wichtig – und dies, wie die Analyse der FFT im letzten Kapitel zeigen wird, nicht erst auf modernen elektronischen Digitalcomputern. Ernst und andere Vertreter der Medienarchäologie haben zur Klassifizierung dieser für technische Medien charakteristischen Zeitbegriffe das Konzept des Zeitkritischen entworfen.⁴⁹ Ausgehend von Knuths Algorithmeigenschaft der Effektivität und der Eingangsdatenmenge schließt die vorliegende Arbeit mit dem Vorschlag eines neuen Zeitbegriffs speziell für die medienarchäologische Analyse von zeitkritisch effektiven Algorithmen: der sogenannten *algorithmischen Zeit*. Zuvor wird sich den in allen Algorithmusdefinitionen vorkommenden Rechenoperationen zugewandt. Konkret geht es in Kapitel 4 um *eine* der Operationen aus Fouriers klassischem Reihen-Algorithmus, wobei vor allem diejenigen Erkenntnisse beleuchtet werden, die sich aus dem medienarchäologischen Wiederauffinden dieses einen Rechenschritts in unterschiedlichen theoretischen und apparativen Kontexten ergibt. Damit während dieser

44 Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 115.

45 Vgl. Knuth, *Fundamental Algorithms*, S. 2.

46 Euklid. *Die Elemente. Bücher I–XIII*. Hrsg. und aus dem Griechischen übers. von Clemens Thaer. 3. Aufl. Frankfurt a. M.: Harri Deutsch, 1997, S. 143 (Buch VII, § 2).

47 Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 425.

48 Ebd., S. 424.

49 Vgl. Axel Volmar, Hrsg. *Zeitkritische Medien*. Berlin: Kadmos, 2009.

medienarchäologischen Analyse von Fourier-Transformationen die jeweils aktuell im Fokus stehende Algorithmeigenschaft als Untersuchungsobjekt nicht aus dem Blick gerät, wird sich zusätzlich der Methodik eines noch recht jungen, philosophischen Ansatzes bedient, die im nun folgenden Kapitel vorgestellt wird.

3 Objektorientierte Ontologie

Die Objektorientierte Ontologie, häufig abgekürzt zu OOO, gilt als Untermenge der philosophischen Bewegung des sogenannten „Spekulativen Realismus“, die seit einigen Jahren auch außerhalb rein philosophischer Kreise viel diskutiert wird; nicht zuletzt auch in der anglophonen Medienwissenschaft.¹ Die Grundzüge dieser Philosophie sollen hier mithilfe einiger Kerngedanken von Quentin Meillassoux und Graham Harman skizziert werden. Beide Denker lehnen den von Meillassoux so getauften „Korrelationismus“ ab, seiner Meinung nach die seit Kant unhintergehbare Grundannahme aller „nachkritischen“ Philosophie:

Der Korrelationismus besteht in der Zurückweisung aller Versuche, die Sphären der Subjektivität und der Objektivität unabhängig voneinander zu denken. Man muss nicht nur behaupten, dass wir niemals einen Gegenstand „an sich“, unabhängig von seiner Beziehung zum Subjekt, begreifen können, sondern auch, dass wir niemals ein Subjekt erfassen können, das nicht immer-schon in Beziehung zu einem Gegenstand steht.²

Objekte und ihre vielfältigen Qualitäten, die von der klassischen Philosophie bis zu John Locke und René Descartes üblicherweise nach zwei Arten, nämlich in primär substanzielle, einem „Ding an sich“ zugehörige, sowie sekundär sinnliche Qualitäten unterschieden wurden,³ könnten demnach niemals isoliert von ihrer Beziehung zum sie betrachtenden Subjekt verstanden werden und umgekehrt. Tatsächlich, so Meillassoux, seien es daher hauptsächlich die Beziehungen zwischen Subjekten und Objekten, ebenjene „Korrelate“, die seit Kant alle philosophischen Untersuchungen dominierten: „Die Frage ist nicht mehr: Was ist das

¹ Eine Übersicht über aktuelle Werke aus dem Bereich der Medien- und Kulturwissenschaft, die sich affirmativ oder kritisch mit dem Spekultativen Realismus und der Objektorientierten Ontologie auseinandersetzen bzw. von ihnen beeinflusst wurden, liefert z. B. Charlie Gere. „Media“. In: *The Year's Work in Critical and Cultural Theory* 23.1 (2015), S. 270–290, hier bes. S. 276–282 und S. 286–289.

² Quentin Meillassoux. *Nach der Endlichkeit. Versuch über die Notwendigkeit der Kontingenz*. [Après la finitude, Paris: Editions du Seuil, 2006]. Aus dem Französischen übers. von Roland Frommel. Zürich und Berlin: Diaphanes, 2008, S. 18.

³ Vgl. ebd., S. 13. Graham Harman weist diese Unterscheidung bis in die Phänomenologie Edmund Husserls nach. Seiner Lesart nach haben auch Husserls „intentionale Objekte einen einheitlichen essenziellen Kern, der von einer verwirbelten Oberfläche aus Akzidenzien umgeben wird.“ Graham Harman. *Vierfaches Objekt*. [The Quadruple Object, London: Zero Books, 2011]. Aus dem Englischen übers. von Andreas Pöschl. Berlin: Merve, 2015, S. 29.

richtige Substrat?, sondern Was ist das richtige Korrelat?“⁴ Graham Harman, der Namensgeber der Objektorientierten Philosophie,⁵ positioniert sich genau wie Meillassoux zunächst antikorrelationistisch. Er schreibt:

[C]harakteristisch für Kants Vorhaben ist, dass die Mensch-Welt-Relation Vorrang vor allen anderen erhält. [...] Von noch größerer Bedeutung ist, dass *Kant an keiner Stelle den Relationen zwischen den Dingen an sich ernsthaft Aufmerksamkeit schenkt*. Was für ihn ständig auf dem Spiel steht, ist die Relation zwischen dem menschlichen Subjekt auf der einen Seite und der Welt auf der anderen. Dieser Mensch-Welt-Duopol wird heutzutage allgemein akzeptiert und selten infrage gestellt.⁶

Harman tut dies jedoch aus einem dezidiert radikaleren Grund. Was seiner Meinung nach die Objektorientierte Philosophie ausmacht, ist jenen blinden Fleck in Kants und allen ihm nachfolgenden „korrelationistischen“ Philosophien zu beseitigen: „Vielmehr gilt es, Objekt-Objekt-Relationen auf exakt dieselbe Grundlage wie Subjekt-Objekt-Relationen zu stellen.“⁷ Um zu zeigen, dass das Denken solcher Beziehungen zwischen zwei Objekten auf spekulative Art und Weise grundsätzlich möglich und auch nötig ist, erweitert und radikalisiert er die berühmte Zeuganalyse Martin Heideggers.⁸

Heidegger unterscheidet in *Sein und Zeit* die dem menschlichen Dasein alltäglich begegnenden Dinge nach zwei Seinsarten in *Zuhandene* und *Vorhandene*. Zuhanden sind jene, die beim alltäglichen Umgang in und mit der Welt – Heidegger nennt den alltäglichen Umgang das Besorgen⁹ – dienlich sind: „Wir nennen das im Besorgen begegnende Seiende das *Zeug*. Im Umgang sind vorfindlich Schreibzeug, Nähzeug, Werk-, Fahr-, Meßzeug.“¹⁰ Sein Paradebeispiel für ein Ding, dessen Wesen sich gerade im Besorgen zeigt, ist der Hammer:

[J]e weniger das Hammerding nur begafft wird, je zugreifender es gebraucht wird, um so ursprünglicher wird das Verhältnis zu ihm, um so unverhüllter begegnet es als das, was es ist, als Zeug. [...] Das schärfste Nur-noch-*hinsehen* auf das so und so beschaffene „Aussehen“ von Dingen vermag Zuhandenes nicht zu entdecken.¹¹

⁴ Meillassoux, *Nach der Endlichkeit*, S. 19.

⁵ „This term is my coinage, dating to 1999.“ Die begriffliche Zuspitzung von Objektorientierter *Philosophie* zu Objektorientierter *Ontologie* schreibt er Levi Bryant im Jahr 2009 zu. Graham Harman. „brief SR/OOO tutorial“. In: *Object-Oriented Philosophy* (23. Juli 2010). Harmans Blog. URL: <https://doctorzamalek2.wordpress.com/2010/07/23/brief-srooo-tutorial> (besucht am 15. 11. 2016).

⁶ Harman, *Vierfaches Objekt*, S. 58 f., meine Hervorhebung.

⁷ Ebd., S. 172.

⁸ Vgl. Martin Heidegger. *Sein und Zeit*. [Erstveröffentlichung: 1927]. 19. Aufl. Tübingen: Niemeyer, 2006, § 15, S. 66–72. Auf der Reinterpretation der Zeuganalyse basiert Harmans ganze Objektorientierte Philosophie, ausführlich behandelt in Graham Harman. *Tool-Being. Heidegger and the Metaphysics of Objects*. Chicago und La Salle: Open Court, 2002.

⁹ Vgl. Heidegger, *Sein und Zeit*, S. 56 f.

¹⁰ Ebd., S. 68.

¹¹ Ebd., S. 69.

Wird ein Hammer lediglich betrachtet, ohne ihn zum Hämmern zu benutzen, begegnet man ihm nicht mehr als zuhandedem Zeug, sondern reduziert ihn zu einem Vorhandenen. Sein Zeugcharakter geht verloren – ist nicht mehr erfahrbar – und aufgrund dieser Reduktion kann eine den Hammer lediglich betrachtende Philosophie sein Wesen niemals vollständig ergründen.

Charakteristisch für jedes im Besorgen begegnende Zeug ist weiterhin, dass es im normalen Gebrauch nicht auffällt. Der Hammer bleibt gegenüber dem „herzustellende[n] Werk als das *Wozu* von Hammer, Hobel, Nadel“¹² unbemerkt im Hintergrund. Der Hammer fällt erst als defekter Hammer auf, sobald er nicht mehr zum Hämmern verwendet werden kann.¹³ Das herzustellende Werk, das einen intakten Hammer erfordert, kann dann nicht fertiggestellt werden, wodurch die eigentlich unbemerkte Verweisung des Hammers auf seinen Zweck gestört wird und so ins Bewusstsein gelangt. Heidegger hält die Zuhandenheit daher für einen ontologischen Grund aller Dinge, er bezeichnet sie als „*die ontologisch-kategoriale Bestimmung von Seiendem, wie es ‚an sich‘ ist.*“¹⁴ Und gerade durch die mögliche Störung von zuhandedem Zeug tue sich eine Art Spalt auf, der es erlaube, das normalerweise verborgene Wesen der Dinge zu erahnen:

Das eigentümliche und selbstverständliche „An-sich“ der nächsten „Dinge“ begegnet in dem sie gebrauchenden und dabei nicht ausdrücklich beachtenden Besorgen, das auf Unbrauchbares stoßen kann. Ein Zeug ist unverwendbar – darin liegt: die konstitutive Verweisung des Um-zu auf ein Dazu ist gestört. Die Verweisungen sind nicht selbst betrachtet, sondern „da“ in dem besorgenden Sichstellen unter sie. In einer *Störung der Verweisung* – in der Unverwendbarkeit für ... wird aber die Verweisung ausdrücklich.¹⁵

Zusammengefasst: im defekten Hammer „meldet sich die Welt“, die Realität hinter der sichtbaren Oberfläche der Dinge.¹⁶

Harmans Erweiterung der Zeuganalyse erfolgt nun in zwei Schritten. Zuerst verwirft er eine besonders in der angloamerikanischen Philosophie verbreitete „pragmatische Lesart Heideggers“,¹⁷ wonach der sich im Besorgen offenbarende Zeugcharakter beweise, dass eine die Dinge unbewusst verwendende Praxis jeder nur betrachtenden Theorie von Objekten ontologisch überlegen sei. Die zentrale Erkenntnis aus Heideggers Zeuganalyse sei vielmehr, dass die vollständige Realität von Hämmern und allen anderen Objekten niemals umfänglich offengelegt werden könne, egal ob in auf Vorhandenheit reduzierenden Theorien oder in der

¹² Heidegger, *Sein und Zeit*, S. 70.

¹³ Vgl. ebd., S. 73 f.

¹⁴ Ebd., S. 71.

¹⁵ Ebd., S. 74.

¹⁶ Ebd., S. 75.

¹⁷ Harman, *Vierfaches Objekt*, S. 54.

besorgenden Praxis, die die Realität laut Harman genauso unzulässig verzerre:

Wenn wir unbewusst auf einem Boden stehen, der noch nicht versagt hat, beruht dieses Stehen nur auf einer Handvoll von Qualitäten des Bodens: seiner Härte oder Stabilität zum Beispiel. Unsere Verwendung des Bodens als „Zeug zum Stehen“ geht keinen Kontakt mit der Überfülle an zusätzlichen Qualitäten ein, die Hunde oder Moskitos erfassen könnten. Kurzum: Theorie *und* Praxis machen sich beide gleichermaßen schuldig, Dinge auf Vorhandenheit zu reduzieren.¹⁸

Harman unterscheidet daher zwei Objekttypen: Auf der einen Seite stehen die „*realen* Objekte“ – die Dinge an sich, die Zuhandenheit von Zeug –, die sich stets „in einen verborgenen Untergrund zurück[ziehen] und [...] ihre Realität im Kosmos aus[üben], ohne im Geringsten zu erscheinen.“¹⁹ Und weil sowohl Praxis als auch Theorie nur einen Bruchteil dieser verborgenen Realität freilegen können, spricht Harman davon, dass reale Objekte stets in *sinnliche* Objekte, „in die sinnlichen Karikaturen ihrer selbst übersetzt werden“,“²⁰ was er als Resultat aller Versuche erklärt, zur Erkenntnis über die Realität von Dingen zu gelangen: „Der Zugang zu den Dingen selbst kann nur ein indirekter sein.“²¹

Harman unterscheidet nicht nur zwischen den unerreichbaren realen und den übersetzten sinnlichen *Objekten*, sondern auch zwischen realen und sinnlichen *Qualitäten*. Reale Qualitäten werden von Harman mit Verweis auf Edmund Husserl auch als „eidetische Qualitäten“ eines Objekts bezeichnet, „die nur die intellektuelle und niemals die sinnliche Intuition in den Blick nehmen kann.“²² Sie sind irreduzibel notwendig, um ähnliche Objekte voneinander unterscheiden zu können. Als reale Qualität eines Algorithmus kann demnach die Kernfunktion bezeichnet werden, zu der er genutzt wird. Im konkreten Fall der Fourier-Transformation also der Wechsel der Repräsentationsdomäne: die Übersetzung einer Funktion aus dem Zeitbereich als *input* in die entsprechenden Koeffizienten im Frequenzbereich als *output*. Ein Fourier-Transformationsalgorithmus lässt sich so von einem Sortieralgorithmus unterscheiden, dessen Kernfunktion es ist, eine ungeordnete Liste beliebiger Daten – beispielsweise ganze Zahlen – auf- oder absteigend anzuordnen.

Neben den realen Qualitäten spricht Harman von „den sinnlichen Qualitäten, die man in der Erfahrung findet“, womit neben passiver Sinneserfahrung hauptsächlich die aktiven Erfahrungen des Heidegger'schen Zeuggebrauchs gemeint sind.²³ Beim praktischen Ausführen eines Algorithmus, ob auf Papier oder implementiert auf einem Computer, werden so bestimmte Effekte konkret wahrnehmbar, insbesondere das *Zeitverhalten* der jeweiligen

¹⁸ Harman, *Vierfaches Objekt*, S. 55.

¹⁹ Ebd., S. 46 f.

²⁰ Ebd., S. 95.

²¹ Ebd., S. 93.

²² Ebd., S. 64.

²³ Ebd., S. 63.

Implementierung. Dies ist der Unterschied zwischen DFT und FFT: Diese beiden Algorithmen erzeugen identischen *output*, benötigen dafür aber, je nach Menge der Eingangsdaten, unterschiedlich viel Zeit.

Von dieser vierfachen Taxonomie ausgehend erfolgt Harmans zweiter Schritt der Erweiterung der Zeuganalyse. Er kritisiert Heideggers Annahme, es sei ein Privileg des menschlichen Daseins, im besorgenden Gebrauch den Zeugcharakter von Dingen freizulegen. Denn er erkennt in der unüberwindbaren Reduktion der Realität, die auch Heideggers Dasein-Zeug-Relationen betrifft, ein Muster, das ebenso für jede Art von Objekt-Objekt-Relation gilt:

Denn wenn das Sein der Dinge hinter aller Theorie und Praxis verborgen liegt, dann nicht aufgrund eines wertvollen Verdienstes oder Defekts des menschlichen Daseins, sondern aufgrund der Tatsache, das *alle* Relationen – selbst unbelebte Relationen –, das übersetzen oder verzerren, auf das sie sich beziehen. Wenn Feuer Baumwolle verbrennt, tritt es nur mit der Entflammbarkeit dieses Materials in Kontakt. [...] Das Sein der Baumwolle entzieht sich den Flammen, selbst wenn es verzehrt oder zerstört wird.²⁴

Aus diesem Grund mündet Heideggers Zeuganalyse für Harman in einer Objektorientierten Philosophie, die nicht nur die Relationen zwischen menschlichen Subjekten und Objekten, sondern gerade auch die Relationen zwischen Objekten und anderen Objekten denken kann, egal ob es sich um materiell physikalische oder um gedanklich fiktionale handelt: „Neben Diamanten, Seilen und Neutronen zählen bspw. auch Armeen, Ungeheuer, quadratische Kreise und reale wie fiktionale Völkerbünde zu den Objekten.“ Er fügt sogleich an, diese Aussage heiße „nicht, dass alle Objekte ‚gleich real‘ sind, sondern nur, dass sie alle gleichermaßen *Objekte* sind.“²⁵ Das bedeutet, die Muster sie zu denken, ob nun in zuhandenem Besorgen oder in vorhandenem Betrachten von Hämmern durch Menschen oder in einfacheren, kausalen Reaktionen zwischen zwei unbelebten Objekten wie Feuer und Baumwolle, unterscheiden sich nicht wesentlich voneinander, erzeugen keine grundsätzlich andere Erkenntnis.

Die Kausalbeziehung, die ein reales Objekt wie Feuer mit einem anderen Objekt wie der Baumwolle eingeht, sei dadurch charakterisiert, dass auch die Baumwolle durch das Feuer zu einem sinnlichen Objekt reduziert wird, also nur wenige seiner Qualitäten „wahrgenommen“ werden: In dieser Relation zählt nur die Entflammbarkeit der Baumwolle, um sie zu verbrennen. Diese basale Art einer stets reduzierenden „Wahrnehmung“ ist für Harman die Grundlage aller Relationen zwischen beliebigen Objekten, egal ob unbelebt oder nicht, und sie ist ein Hinweis darauf, dass solche Beziehungen zwischen zwei Objekten in der Zeit ablaufen:

²⁴ Harman, *Vierfaches Objekt*, S. 57.

²⁵ Ebd., S. 11.

Wahrnehmung und Wahrnehmungslosigkeit [müssen] zu unterschiedlichen Zeiten in derselben Entität auftreten; sie sind Seinsmodi, und keine Objekttypen. Mir geht es darum, dass Objekte nicht insofern wahrnehmen, als sie *existieren*, wie dies der Panpsychismus proklamiert. Stattdessen nehmen sie insofern wahr, als sie sich *auf etwas beziehen*.²⁶

Um ein Objekt möglichst isoliert betrachten zu können, müsse es laut Harman „im Ruhezustand“ betrachtet werden, das heißt zu einem Zeitpunkt, in dem es in keiner Kausalrelation zu einem anderen Objekt steht: „In dieser Hinsicht sind Objekte im Ruhezustand die reinste Art von Objekten, die wir erforschen können.“²⁷

3.1 Perspektivwechsel: System- und Grundoperationen

Im vorangehenden Zitat wird deutlich, was Harmans Philosophie von Ernsts Medienarchäologie unterscheidet. Für letztere gilt: „Das Dasein technischer Medien entbirgt sich im Moment ihres konkreten Vollzugs. Tätige Medien *sind* nicht, sie *zeitigen*.“²⁸ Aufgrund dieser Differenz und weil Harman selbst niemals direkt über Algorithmen schreibt,²⁹ lohnt es sich, den Blick an dieser Stelle auf einen weiteren Protagonisten der Objektorientierten Ontologie zu lenken: den Medienwissenschaftler und Videospieleentwickler Ian Bogost. In seinem Buch *Alien Phenomenology* (2012) spricht er sich explizit für die Anwendung der OOO auf medienwissenschaftliche Fragestellungen aus, um den vielen verschiedenen Objekten gerecht zu werden, die in modernen Digitalcomputern am Werk sind. Bogost schreibt, dass

anyone who has ever had to construct, repair, program, or otherwise operate on a computational apparatus knows that a strange and unique world does stir within such a device. A tiny, private universe rattles behind its glass and aluminium exoskeleton. Computers are composed of molded plastic keys and controllers, motor-driven disc drives, silicon wafers, plastic ribbons, and bits of data. They are likewise formed from subroutines and middleware libraries compiled into byte code or etched onto silicon, cathode ray tubes or LCD displays mated to insulated, conductive cabling, and microprocessors executing machine instructions that enter and exit address buses.³⁰

²⁶ Harman, *Vierfaches Objekt*, S. 151. Harman betont, dass es ihm nicht darum gehe, unbelebten Objekten eine Psyche zuzuschreiben, wie dies der Panpsychismus tue. Seine Verwendung des Begriffs der Objektwahrnehmung dient dem ausdrücklichen Verweis auf die Analogie zwischen Subjekt-Objekt- und Objekt-Objekt-Wahrnehmung, die seine Objektorientierte Philosophie aufdeckt. Vgl. *Vierfaches Objekt*, S. 146–149.

²⁷ Ebd., S. 152.

²⁸ Mit diesen zwei Sätzen beginnt Ernst, *Chronopoetik*, S. 11.

²⁹ Harman hält mathematische Konzepte wie Zahlen grundsätzlich für diskussionswürdig: „it is quite possible to discuss the meaning of ‚number‘ and to make new discoveries about mathematical entities—the simplest conceivable proof that the properties of numbers are not visible at a glance, not merely *vorhanden*. It is in this sense that even ideas must be regarded as real entities.“ *Tool-Being*, S. 36. Über diese grundlegenden Aussagen geht er jedoch nie hinaus.

³⁰ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 9.

Bogost interessiert sich mehr als Harman für die *Wahrnehmungen* all dieser einzelnen Objekte im Digitalcomputer – in medienarchäologische Terminologie übersetzt: für ihre *zeitkritischen Operationen*. Die Vielzahl an Beziehungen, die diese Objekte untereinander eingehen, um für die Benutzer des Computers an den Ausgabegeräten wie Bildschirmen, Lautsprechern oder Druckern schließlich bestimmte Effekte zu zeitigen, ist es, was er in seiner *Alien Phenomenology* untersuchen möchte. Diese geht über eine einfache Funktionsbeschreibung hinaus: „As operators or engineers, we may be able to describe how such objects and assemblages work. But what do they *experience*? What’s their proper phenomenology? In short: What is it like to be a thing?“³¹ Auf die im Fokus dieser Arbeit stehenden Fourier-Transformationen lassen sich seine Fragen wie folgt konkretisieren: Welche Operationen sind in Fourier-Transformationsalgorithmen zentral am Werk, wenn sie Eingangsdaten aus dem Zeitbereich in Ausgangsdaten im Frequenzbereich – oder umgekehrt – überführen? Und: Wodurch wird ihr Zeitverhalten bestimmt?

Laut Bogost kann diese Phänomenologie auf ganz unterschiedlichen Ebenen ansetzen. Ein Videospiel wie *E. T.* (1982) für die Spielkonsole Atari VCS könne beispielsweise sowohl anhand seines 6502-Assembler-Quellcodes, der flüchtigen RF-Modulationen in den Schaltkreisen der Spielkonsole oder als kulturelles Konsumgut betrachtet werden. Wichtig sei dabei nur, dass „[a]ll of these sorts of being exist simultaneously with, yet independently from, one another.“³² Mit anderen Worten: Es gibt keine Hierarchie, die vorschreibt, dass bestimmte Objekte betrachtungswürdiger wären als andere. Jede der genannten Ebenen kann spezifische Erkenntnisse über die Phänomenologie der untersuchten technischen Objekte erzeugen, weil auf allen dieser Ebenen wiederum vollwertige Objekte im Sinne Harmans existieren, die untereinander in Relation treten. Um Harmans Bevorzugung von Objekten „im Ruhezustand“ etwas entgegenzusetzen, das dem *zeitkritischen* Charakter der vielfältigen Relationen technischer Medienobjekte gerecht wird, ersetzt Bogost den Objektbegriff durch den der *unit*, der Einheit, die diese Objekte in ihren aktiven Operationen bilden: „[C]onsider this simple declaration: *units operate*. That is, things constantly machinate within themselves and mesh with one another, acting and reacting to properties and states while still keeping something secret.“³³ Aufgabe der OOO ist die Untersuchung dieser *unit operations*, ein Begriff, den er aus der chemischen Verfahrenstechnik entlehnt,³⁴ weshalb sich die Übersetzung *Grundoperation* anbietet, wie der Blick in einschlägige Definitionen zeigt.³⁵

³¹ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 10.

³² Ebd., S. 18.

³³ Ebd., S. 27.

³⁴ Vgl. ebd., S. 26.

³⁵ So z. B.: „Sie heißen Grundoperationen, weil sie für die chemisch-technischen Prozesse grundlegend sind. Grundoperationen werden zudem auch *Einheitsoperationen* genannt, weil sie nach einheitlichem Muster ab-

Wichtig sei, dass von der bereits angesprochenen Hierarchielosigkeit der Objekte oder *units* ausgegangen wird, die Bogost und andere Vertreter der OOO auch als *flache Ontologie* bezeichnen: „[A] flat ontology of computation (or anything else) must be *specific* and *open-ended*, so as to make it less likely to fall into the trap of system operational overdetermination.“³⁶ Die Analyse der Grundoperationen ist durch eine grundsätzliche Nähe zum Untersuchungsobjekt gekennzeichnet, eine fundamentale Differenz zu anderen, klassischen Analyseansätzen in den Naturwissenschaften und auch in den Sozial- und Kulturwissenschaften. Laut Bogost gingen diese großen Wissenschaftssysteme den sogenannten *Systemoperationen* nach, die ein anderes Hierarchiemodell als die *flache Ontologie* der Grundoperationen proklamierten:

The gesture of a system operation is one of definition and explication. System operations can redundantly affirm the principles of an organizing system, [...] but they do so only to affirm the validity and completeness of the orchestrating system. Unit operations articulate connections between nodes in networks, they build relations. Rather than attempting to construct or affirm a universalizing principle, unit operations move according to a broad range of diverse logics, from maximizing profit to creating new functional capacity.³⁷

Oder mit leicht anderen Worten: Wo die Analyse der Grundoperationen von einer *horizontalen* Hierarchielosigkeit ausgeht, benennen Systemoperationen „top-down organizing principles symbolized by ideas like ‚the world‘“. ³⁸ Naturwissenschaften sowie Sozial- und Kulturwissenschaften fundierten ihre Erklärungen der Welt stets auf einem unhintergebar gültigem Grundprinzip, das alle Analysen hauptsächlich *vertikal* strukturierte. So sei es die Grundannahme der Naturwissenschaften, dass alle Dinge in der Welt letztendlich aus immer kleineren, essenzielleren Teilen und Prinzipien zusammengesetzt seien: „Never mind the *sort* of stuff, for the scientific naturalist there is always *some* stuff out of which all others can be explained.“³⁹ Mit der Beschreibung des jeweils grundlegendsten Teils seien dann auch alle aus diesem zusammengesetzten, komplexeren Objekte umfassend beschrieben. Das Grundprinzip der Sozial- und Kulturwissenschaften sei zwar ein anderes, aber dennoch ebenso vertikal gedacht: „For the social relativist, nothing exists that cannot be explained through the machinations of human society—particularly the complex, evolutionaly forms of culture and

laufen und in sich geschlossen eine Einheit bilden.“ Daniel S. Christen. *Praxiswissen der chemischen Verfahrenstechnik. Handbuch für Chemiker und Verfahreningenieure*. [Erstveröffentlichung: 2005]. 2. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer, 2010, S. 323.

³⁶ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 17.

³⁷ Ian Bogost. *Unit Operations. An Approach to Videogame Criticism*. Cambridge und London: MIT Press, 2006, S. 8.

³⁸ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 12.

³⁹ Ebd., S. 13.

language.“⁴⁰ In diesem Wissenschaftssystem seien Objekte nur dann vollständig beschrieben, sofern ihre Auswirkungen auf die Gesellschaft untersucht wurden. Harman nennt diese beiden wissenschaftlichen Herangehensweisen an Objekte „Unterlaufen“ und „Übergehen“, da beide das reale Objekt spiegelsymmetrisch verfehlten.⁴¹

Die Analyse der Grundoperationen technischer Medien soll folglich eine zusätzliche, neue *Perspektive* eröffnen, die nah am realen Objekt und seinen zeitkritischen Operationen verbleibt und damit abseits der ausgetretenen Pfade der Naturwissenschaft und der Kulturwissenschaft liegt. Dieser Perspektivwechsel hin zu den Grundoperationen der operierenden Objekte korreliert mit Ernsts *medienarchäologischem Blick*: „Der medienarchäologische Blick konzentriert sich vielmehr auf die signifikanten Schaltungen denn auf die jeweiligen Inhalte, die durch sie als Signale hindurchlaufen.“⁴² Auch die signifikanten Schaltungen liefern keine umfassende Beschreibung eines technischen Mediums, bilden jedoch den Ausgangspunkt für eine tiefergehende medienarchäologische Untersuchung ihres Zeitverhaltens abseits einer klassischen Mediengeschichtsschreibung: „Medienarchäologie ist vielmehr ein heuristisches Werkzeug, eine Methode, Medien in jener Weise zur Evidenz zu bringen, wo sie dem Diskurs der Historie entgehen.“⁴³

Zur weiteren Einordnung der von Bogosts skizzierten Unterscheidung zwischen Grundoperationen und Systemoperationen in der Beschreibung technischer Medien, ihres Funktionierens und ihrer zeitlichen Auswirkungen für die hiesige Untersuchung von Computeralgorithmen, ist es sinnvoll darzulegen, auf welche Art in aktuellen Medientheorien über Algorithmen und ihre Implementierung auf digitalen Rechenmaschinen nachgedacht wird. Ein Beispiel ist erneut der kurze Eintrag „Algorithm“ von Andrew Goffey aus Matthew Fullers *Software-Studies-Lexikon*. Zwar bezeichnet Goffey den Algorithmus gleich zu Beginn als „the fundamental entity with which computer scientists operate“,⁴⁴ sodass es zunächst so scheint, als wenn die *Software Studies* Algorithmen ähnlich fundamental wie Bogost als Grundoperationen ihres eigenen Forschungsfeldes angingen. Der weitere Fortgang des Lexikoneintrags zeigt jedoch, dass die Analyse der *Software Studies* schließlich bei der klassischen

⁴⁰ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 13.

⁴¹ Vgl. Harman, *Vierfaches Objekt*, Kapitel 1, S. 13 ff. In einem Aufsatz anlässlich der *DOCUMENTA (13)* erläutert Harman diese beiden Begriffe konzipiert anhand eines Tisches: „Der Wissenschaftler reduziert den Tisch hinunter zu winzigen Partikeln, die für das Auge unsichtbar sind [Unterlaufen]; der Humanist reduziert ihn hinauf zu einer Reihe von Wirkungen auf Menschen und andere Dinge [Übergehen].“ Sein objektorientierter, „dritter Tisch“ wird der oben beschriebenen Problematik realer Objekte gerecht: „Unser dritter Tisch hingegen *emergiert* als etwas anderes als seine Bestandteile und *zieht sich* zugleich hinter all seine äußeren Wirkungen *zurück*.“ Graham Harman. „Der dritte Tisch“. In: Ders. *The Third Table. Der dritte Tisch*. Aus dem Englischen übers. von Barbara Hess. Ostfildern: Cantz, 2012, S. 16–30, hier S. 19, 24.

⁴² Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 363.

⁴³ Ebd., S. 374.

⁴⁴ Goffey, „Algorithm“, S. 15.

kulturwissenschaftlichen Systemoperation endet.

Goffey beschreibt zunächst die Analogie zwischen der frühen Programmiersprachentheorie und der formalen Linguistik in ihren jeweiligen Versuchen, die pragmatische Dimension von Algorithmen respektive Wörtern, die etwas Reales *bewirken* können, zu fassen: „[T]he study of computation has tended to concentrate on issues of syntax and semantics, the assumption being that what algorithms do can be appropriately grasped within such a framework.“ Diese Herangehensweise der Informatik war jedoch, laut Goffey, genau wie in der klassischen Linguistik, zum Scheitern verurteilt: „Because pragmatics connects language to extrinsic factors, it becomes impossible to conceptualize a language“ – eine natürliche oder eine Programmiersprache – „as a self-sufficient system closed in on itself.“⁴⁵ Für die Algorithmenanalyse innerhalb der *Software Studies* müsse daher ein anderes Beschreibungssystem herangezogen werden.

Dieses sei, so Goffey weiter, in Michel Foucaults Diskursanalyse zu finden. Er setzt den Algorithmus mit Foucaults Begriff der *Aussage* gleich, den dieser ebenfalls auf Basis einer Kritik an den unzureichenden Beschreibungsmodellen der Linguistik formuliert. Foucaults Argumentation nach könne „keines der Grammatik, der Logik oder der ‚[Sprechakt-]Analyse‘ entnommenen Modelle ohne Vorbehalt zu[ge]lassen“ werden, um Aussagen zu beschreiben, da sich stets unendlich viele Beispiele finden lassen, in denen eine Aussage diesen Modellen „nicht gehorcht: Man findet Aussagen ohne legitime propositionelle Struktur; man findet Aussagen dort, wo man keinen Satz erkennen kann; man findet mehr Aussagen, als man Sprechakte isolieren kann.“⁴⁶ Stattdessen könne eine Aussagenanalyse nur als „eine historische Analyse“ erfolgen, die Aussagen danach befragt, „auf welche Weise sie existieren, was es für sie heißt, manifestiert worden zu sein, Spuren hinterlassen zu haben und [...] was es für sie heißt, erschienen zu sein – und daß keine andere an ihrer Stelle erschienen ist.“⁴⁷ Auf diese Weise werden die historischen Bedingungen des Diskurses, in dem die Aussagen auftauchen, zum Kerngegenstand der Foucault’schen Analyse. Goffey schließt daraus, dass im Falle von Algorithmen in erster Linie die Analyse des spezifischen „machinic discourse“ erfolgen müsse, „which addresses the ways in which algorithms operate transversally, on themselves, on machines, and on humans.“⁴⁸ Dieser Schritt stellt jedoch unverkennbar eine Abkehr vom Algorithmus als dem eigentlichen Untersuchungsobjekt dar. Die horizontale Ebene der flachen Ontologie wird zugunsten einer vertikalen Suche in einem größeren Zusammenhang aufgegeben: „Algorithms act, but they do so as part of an ill-defined network of actions, part

⁴⁵ Beide Zitate: Goffey, „Algorithm“, S. 17.

⁴⁶ Foucault, *Archäologie des Wissens*, S. 122.

⁴⁷ Ebd., S. 159.

⁴⁸ Goffey, „Algorithm“, S. 18.

of a complex of power-knowledge relations, in which unintended consequences, like the side effects of a program's behavior, can become critically important."⁴⁹ Im Gegensatz dazu versucht Bogosts Analyse der Grundoperationen, den Blick nicht zu schnell zu erweitern, sondern vorerst nah am jeweiligen Objekt zu bleiben. Anstatt die möglicherweise unentdeckten Nebeneffekte eines Programms sofort als globale, gesellschaftliche Machtstruktur, als Systemoperation zu interpretieren, bleiben sie als Eigenschaften des Algorithmus, als seine Grundoperationen, im Blick.

Auch Begriffe und Konzepte aus der Informatik, die bei der Entwicklung und Implementierung von Algorithmen zur Anwendung kommen, müssen stets daraufhin befragt werden, ob mit ihnen eher Systemoperationen oder Grundoperationen beschrieben werden. Gerade die sogenannten *Programmierparadigmen*, die zur Klassifizierung von Programmiersprachen herangezogen werden, haben auch in medienwissenschaftlichen Analysen digitaler Mediensysteme und ihrer Programmierung viel Interesse hervorgerufen.⁵⁰

Der Begriff geht auf den Informatiker Robert Floyd zurück, der seiner *Turing Award Lecture* im Jahr 1978 den Titel „The Paradigms of Programming“ gab.⁵¹ Er nimmt darin Bezug auf den Paradigmenbegriff Thomas Kuhns aus dessen Essay *Die Struktur wissenschaftlicher Revolutionen* (1962). Für Kuhn sind Paradigmen „accepted examples of actual scientific practices—examples which include law, theory, application and instrumentation together“, die während der von ihm analysierten wissenschaftlichen Revolutionen historisch abgelöst wurden.⁵² Sein Beispiel für ein durch wissenschaftliche Revolutionen verändertes Paradigma ist das physikalische Verständnis des Lichts, das zunächst als Teilchen, dann als Welle und schließlich als quantenmechanisches Objekt mit Teilchen- und Welleneigenschaften verstanden wurde. In jeder dieser historischen Phasen galt ein grundlegend anderes Paradigma physikalischer Theorie und Experimentalpraxis, das so jede wissenschaftliche Beschäftigung mit Licht gleich einer Systemoperation bestimmte und festlegte.⁵³

In diesem Zusammenhang definiert Floyd seinen Begriff der Programmierparadigmen: „In

⁴⁹ Goffey, „Algorithm“, S. 19.

⁵⁰ Zwei Beispiele für medienwissenschaftliche Auseinandersetzungen mit dem maschinennahen bzw. dem objektorientierten Programmierparadigma und ihren Implikationen sind Stefan Hölzgen. „Die NOPs und HALTs digitaler Medien. Programmierlehre maschinennaher Sprachen für Medienwissenschaftler“. In: *grkg/Humankybernetik. Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft* 55.4 (Dez. 2014), S. 139–153; Matthew Fuller und Andrew Goffey. „Die obskuren Objekte der Objektorientierung“. Aus dem Englischen übers. von Hans-Günter Kuper, Agata Królikowska und Jens-Martin Loebel. In: *zfm. Zeitschrift für Medienwissenschaft* 6 (Apr. 2012), S. 206–221.

⁵¹ Robert W Floyd. „The Paradigms of Programming“. In: *Communications of the ACM* 22.8 (Aug. 1979), S. 455–460.

⁵² Thomas Samuel Kuhn. *The Structure of Scientific Revolutions*. [Erstveröffentlichung: 1962]. 4. Aufl. Chicago und London: University of Chicago Press, 2012, S. 11.

⁵³ Vgl. ebd., S. 12.

evaluating each year's crop of new programming languages, it is helpful to classify them by the extent to which they permit and encourage the use of effective programming paradigms.“ Interessanterweise schwebt ihm also ein *pluralistischer* Paradigmenbegriff vor, der weniger vertikal als horizontal gedacht ist: „When we make our paradigms explicit, we find that there are a vast number of them.“ Je nachdem, welcher Art das Programmierproblem ist, bieten sich ganz verschiedene Paradigmen zur Formulierung seiner effektiven algorithmischen Lösung an. Das eigentliche Problem sieht Floyd darin, dass viele der verfügbaren Programmiersprachen nicht auf eine solche Pluralität hin entworfen wurden: „Often our programming languages give us no help, or even thwart us, in using even the familiar and low level paradigms.“⁵⁴ Anstatt viele verschiedene Programmierparadigmen zu unterstützen, um auf diese Weise der Lösung möglichst vieler unterschiedlicher algorithmischer Probleme zu dienen, forcierten seiner Meinung nach die meisten Programmiersprachen die Nutzung eines ganz bestimmten, *dominanten* Paradigmas. In Floyds historischer Situation war es „the technique of structured programming, which appears to be the dominant paradigm in most current treatments of programming methodology.“⁵⁵ Es ist deutlich, wie im Begriff des *dominanten* Programmierparadigmas eine Systemoperation im Sinne Bogosts erkennbar wird, die alle Probleme in eine uniforme Struktur zwingt.

Auch wenn multiparadigmatische Programmiersprachen existieren und durchaus erfolgreich eingesetzt werden,⁵⁶ sind die meisten Sprachen nach wie vor auf ein *dominantes* Paradigma – sprich, auf eine Systemoperation – hin entworfen, das sich anschließend in den implementierten Programmen niederschlägt: „There is always a design choice but in most languages the language designer has made the choice for you.“⁵⁷ Programmierparadigmen, als Systemoperationen verstanden, beschreiben eher das Verhältnis zwischen dem menschlichen Programmierer und dem zu lösenden Programmierproblem. Eine Algorithmenanalyse, die auf diese Art die während der Implementierung eingesetzten Programmierparadigmen in den Fokus stellt, läuft daher Gefahr, sich eher auf die Subjekt-Objekt-Beziehungen zwischen Programmierer und Programm zu konzentrieren.

Für die OOO bietet sich die Perspektive auf die Grundoperationen als Ausweg an, die – ähnlich wie der medienarchäologische Blick – die innere Funktionalität, die inneren Objekt-Objekt-Beziehungen der technischen Medien fokussiert. Bogosts Begriff der Grundoperation

⁵⁴ Alle drei vorigen Zitate: Floyd, „The Paradigms of Programming“, S. 457.

⁵⁵ Ebd., S. 455.

⁵⁶ Eine bekannte multiparadigmatische Programmiersprache ist C++, die laut ihrem Entwickler „supports more than one way of writing programs, more than one programming paradigm.“ Bjarne Stroustrup. „A History of C++: 1979–1991“. In: *History of Programming Languages*. Hrsg. von Thomas J. Bergin und Richard G. Gibson. Bd. 2. Upper Saddle River u. a.: Addison-Wesley, 1996, S. 699–755, hier S. 750.

⁵⁷ Ebd.

steht damit Floyds ursprünglichem, *pluralistischem* und *problemorientiertem* Begriff von Programmierparadigmen nahe. Analog dazu schlägt Stefan Höltgen vor, Programmiersprachen eher nach Kalkülen – Maschinenkalkül, formalsprachliches Kalkül oder objektorientiertes Kalkül – als nach Paradigmen zu klassifizieren: „While the first classification is ‚hard‘ (every language is assigned to one specific calculus) the second classification is ‚soft‘ (you can program any paradigm with any language).“⁵⁸ Eine Analyse der Grundoperationen bleibt somit nah am Algorithmus und der sie ausführenden Maschine, anstatt sich in der Analyse des Verhältnisses zwischen Programmierer und Programmiersprache zu verlieren.

3.2 Philosophisches „Zimmern“: Bogosts Carpentry

Laut Bogost stellt der geforderte Perspektivwechsel hin zu den Grundoperationen eines medientechnischen Objekts allerdings ein Problem für Geisteswissenschaftler dar. Denn solange deren übliches Medium für Wissensaustausch auch im Zeitalter von Blogs und sozialen Medien geschriebene Texte seien, bestehe die Gefahr, die Botschaft des Mediums Sprache respektive Programmiersprache überzubewerten und dabei andere, nichtsprachliche, nicht-semiotische Aspekte der Gegenstände und ihrer Grundoperationen zu übersehen. Bogosts radikale Schlussfolgerung lautet daher:

[W]riting is dangerous for philosophy—and for serious scholarly practice in general. It’s not because writing breaks from its origins as Plato would have it, but because writing is *only one form* of being. The long-standing assumption that we relate to the world only through language is a particularly fetid, if still bafflingly popular, opinion. But so long as we pay attention only to language, we underwrite our ignorance of everything else.⁵⁹

Als Ausweg aus diesem medialen Dilemma fordert Bogost, dass Philosophen, Medientheoretiker und auch alle übrigen Geisteswissenschaftler über rein theoretische Textarbeit hinaus „ought to get their hands dirty“, mithin ihre Gegenstände auch *praktisch* untersuchen sollen. Und das bedeute, das aktive Bauen oder Konstruieren von Objekten als wichtigen Bestandteil philosophischer Arbeit zu verstehen: „I give the name *carpentry* to this practice of constructing artifacts as a philosophical practice.“⁶⁰ Dass sich Bogost bei dieser Wortwahl auf das Zimmerhandwerk beruft, hat den Grund, so auf die stets widerständige Materialität des

⁵⁸ Stefan Höltgen. „How to Do Things with Keys. (Assembly) Programming as (a Kind of) Gesture“. In: *MAP – Media | Archive | Performance* 7 (Apr. 2016). URL: <http://www.perfomap.de/map7/media-performance-on-gestures/how-to-do-things-with-keys.-assembly-programming-as-a-kind-of-gesture> (besucht am 15. 11. 2016).

⁵⁹ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 90.

⁶⁰ Ebd., S. 92.

Werkstücks hinzuweisen, mit denen Handwerker es in ihrer Praxis zu tun bekommen und umzugehen lernen: „The carpenter [...] must contend with the material resistance of his or her chosen form, making the object itself become the philosophy.“⁶¹

Die Dinge, die Bogost durch *carpentry* von Medienwissenschaftlern als *alien phenomenologists* hergestellt sehen will, sollen sich den Grundoperationen des jeweiligen Untersuchungsgegenstands annähern und diese für den Experimentator operabel machen: „[I]t’s first constructed as a theory, or an experiment, or a question—one that can be operated. Carpentry is philosophical lab equipment.“ Das auf diese Weise konstruierte „philosophische Laborgerät“ erlaube einen Einblick in die spezifische Wahrnehmung des Untersuchungsobjekts:

The phenomenologist who performs carpentry creates a machine that tries to replicate the unit operation of another’s experience. Like a space probe sent out to record, process, and report information, the alien phenomenologist’s carpentry seeks to capture and characterize an experience it can never fully understand, offering a rendering satisfactory enough to allow the artifact’s operator to gain some insight into an alien thing’s experience.⁶²

Bogost zählt einige existierende *carpentry*-Beispiel auf, die es dem Benutzer gestatten, Einblick in die Phänomenologie von Computerhardware und -software zu erlangen. So sein eigenes Programm *I am TIA*, das die Videosignalerzeugung der Spielkonsole *Atari VCS* (1977) innerhalb des dafür zuständigen *Television-Interface-Adaptor-Chips* (TIA) stark verlangsamt visualisiert. Diese *carpentry* verweist auf die Differenz zwischen der zeitlichen Wahrnehmung des Spielers vor dem Fernsehschirm, der stets vollständige Videobilder zu sehen meint, und der zeitkritischen „Wahrnehmung“ des TIA-Chips, der in jedem singulären Moment tatsächlich nur ein einziges Farbsignal generiert. Der menschliche Betrachter von *I am TIA* stelle dann mit Erstaunen fest, dass das erzeugte Farbsignal in regelmäßigen Abständen für längere Zeit schwarz ist – nämlich wenn der Elektronenstrahl zum Beginn der nächsten Zeile oder zurück in die obere linke Ecke des Fernsehschirms springt:

While these moments are purely momentary in real time, when experienced through the decelerated, metaphorical lens of *I am TIA*, strange moments of black silence interrupt the characteristically bright colors of an Atari image. Time moves forward in syncopated bursts of inbound bits and bursts of signal, then of color from joystick to motherboard to television. Despite the fact that the machine must manually synchronize itself to the television display at 60 Hz, it has no concept of a screen’s worth of image. It perceives only a miasma of instruction, data, color, darkness.⁶³

Ein weiteres Beispiel liefert der dänische Medienkünstler und -theoretiker Morten Riis, der auf der *International ESSA Conference 2014* in Kopenhagen einen von ihm präparierten Philips

⁶¹ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 93.

⁶² Beide Zitate: Ebd., S. 100.

⁶³ Ebd., S. 104.

D6260-Kassettenrekorder vorstellte, bei dem durch die Betätigung eines Schalters während einer Aufnahme der Löschkopf deaktiviert werden kann. Auf diese Weise lassen sich sogenannte *Sound-On-Sound*-Aufnahmen kreieren, bei denen das aktuell aufgenommene Signal zu den bereits auf dem Band befindlichen Klängen hinzuaddiert wird. Durch diesen Schalter wird der Kassettenrekorder zu einem Objekt im Sinne der *carpentry*, denn beim Hören dieser überlagerten Aufnahmen lässt sich eine spezifische Eigenschaft, also eine Grundoperation des Magnetbands vernehmen:

[I]t gives us the possibility of displaying and monitoring the cassette tape's state of magnetic saturation, a state that uses all possible resources of the ferrous coating on the tape and that shows the true personality of the recording medium and its attempt to capture the complex pulsating sound waves of humans talking, walking, and playing music onto the tape.⁶⁴

Wenn auch Riis' modifizierter Kassettenrekorder sowie der Großteil von Bogosts weiteren Beispielen, ähnlich wie *I am TIA*, auf die Objektwahrnehmung von Computerhardware ausgerichtet zu sein scheinen, gibt Bogost mit der Webbrowser-Erweiterung *Firebug* auch ein Beispiel, das sich mit Objekt-Objekt-Relationen auf der Ebene des Quellcodes befasst, in diesem Fall dem von Webseiten, also HTML, CSS und JavaScripts. Eigentlich als ein klassisches Debugging-Werkzeug für Webentwickler gedacht, um Fehler im modularen Aufbau von Webseiten aus Hypertext-Markup, Stylesheets und Skripten zu finden, erlaubt es *Firebug* auch Laien, über kleine Änderungen im Quellcode der gerade angezeigten Webseite zum Beispiel alle Hyperlinks von blau nach gelb einzufärben oder in den Ablauf eines JavaScripts einzugreifen und sich die Zwischenergebnisse einzelner Berechnungen anzusehen.⁶⁵ Bogosts Vorschlag, wie Software und Algorithmen objektorientiert auf ihre Grundoperationen zu untersuchen seien, ist damit exemplarisch umrissen: „source code itself often offers inroads in alien phenomenology—particularly when carpentered to reveal the internal experiences of withdrawn units.“⁶⁶ Der erste Schritt besteht darin, den konkreten Quellcode einzusehen und diesen anschließend so zu modifizieren, dass die eigentlich im Verborgenen operierenden Grundoperationen wahrgenommen werden können. Auf die Frage, wie er sich

⁶⁴ Morten Riis. „Where are the Ears of the Machine? Towards a sounding micro-temporal object-oriented ontology“. In: *Journal of Sonic Studies* 10 (9. Okt. 2015). URL: <https://www.researchcatalogue.net/view/219290/219291> (besucht am 15. 11. 2016). Im weiteren Verlauf des Papers nutzt Riis den Kassettenrekorder zur medienarchäologischen Analyse der zeitkritischen Operation der RC-Filter zur Klangkorrektur im Sinne von Ernsts Begriff der Mikrotemporalität. Somit experimentiert Riis ebenso mit einer Fusion der Objektorientierten Ontologie und der Medienarchäologie, ähnlich wie es in dieser Arbeit versucht wird.

⁶⁵ Vgl. Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 105 f. Ein Großteil der Funktionalität der *Firebug*-Erweiterung von Joe Hewitt ist mittlerweile standardmäßig im Webbrowser *Mozilla Firefox*, im Menü „Entwicklerwerkzeuge“ verfügbar. Vgl. Robert Nyman. „Firefox Developer Tools and Firebug“. In: *Mozilla Hacks* (8. Okt. 2013). URL: <https://hacks.mozilla.org/2013/10/firefox-developer-tools-and-firebug> (besucht am 15. 11. 2016).

⁶⁶ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 105.

die *carpentry* einer implementierten Fourier-Transformation konkret vorstellen könnte, antwortete Bogost: „You might think of it as a kind of algorithmic electron microscope, in which you use a carpentered approach to show what is already going on, but in context, and in slow motion.“⁶⁷ Hierin liegt der Unterschied zwischen OOO und *Software Studies*: Auch letztere beschäftigen sich mit dem Quellcode von Software oder Algorithmen, jedoch meist unter dem Postulat, wonach „Software structures and makes possible much of the contemporary world“,⁶⁸ also auf der Ebene von vertikalen Systemoperationen. Bogosts *carpentry* verbleibt auf der horizontalen Ebene der *flat ontology*, um an Algorithmen – wenn auch nicht ihr umfassendes Wesen – wenigstens ein paar zentrale Grundoperationen im operativen Vollzug hervorzuheben.

Die *carpentry* scheint auf den ersten Blick mit dem Verfahren vergleichbar, das in der angewandten Informatik unter dem Namen *reverse engineering* firmiert und mit dem auch Ernst seinen medienarchäologischen Ansatz vergleicht.⁶⁹ Anhand einer einschlägigen Definition lässt sich jedoch schnell aufzeigen, warum Bogost diesen Begriff wohl meidet: „Reverse engineering is a process where an engineered artifact (such as a car, a jet engine or a software program) is deconstructed in a way that reveals its innermost details, such as its design and architecture.“⁷⁰ Wo die Objektorientierte Ontologie sich *allen* Objekten – ob natürlich oder kulturell – widmet, beschränkt sich der technische Begriff des *reverse engineering* eindeutig auf den „process of extracting the knowledge or design blueprints from anything *man-made*.“⁷¹ Obwohl dieses Argument im hiesigen Fall der Untersuchung von durch Menschen erdachten Algorithmen noch zu vernachlässigen wäre, bringt eine Favorisierung von Bogosts *carpentry*-Begriff auch der Medienarchäologie einen taktischen, rhetorischen Vorteil, wird der übliche Zweck des *reverse engineering*s betrachtet: „Traditionally, reverse engineering has been about taking shrink-wrapped products and physically dissecting them to uncover the secrets of their design. Such secrets were then typically used to make similar or better products.“⁷² Zwar erzeugt auch das *reverse engineering* neue Erkenntnisse über das vormals verborgene, interne Funktionieren von Software oder technischen Maschinen. Dieses Wissen wird dann jedoch für einen „besseren“ oder zumindest „ähnlichen“ Nachbau herangezogen, der das Originalobjekt funktional ersetzen können soll. Bogosts *carpentry*-Beispiele

⁶⁷ Ian Bogost. *Re: Questions about the OOO of an algorithm*. Persönliche E-Mail-Korrespondenz. 10. Mai 2016.

⁶⁸ Matthew Fuller. „Introduction, the Stuff of Software“. In: *Software Studies. A Lexicon*. Hrsg. von dems. Cambridge und London: MIT Press, 2008, S. 1–13, hier S. 1.

⁶⁹ „[M]edia archaeology is both a method and aesthetics of practicing media criticism, a kind of epistemological reverse engineering. [...]“. Ernst, „Media Archaeography“, S. 239.

⁷⁰ Eldad Eilam. *Reversing: Secrets of Reverse Engineering*. Indianapolis: Wiley, 2005, S. xxiv.

⁷¹ Ebd., S. 3, meine Hervorhebung.

⁷² Ebd., S. 4.

hingegen „do more than put theory into practice; they also represent practice *as* theory.“⁷³ Sie dienen nach ihrer Herstellung – Bogosts Begriff des *philosophischen Laborgeräts* deutet es an – ihrerseits als Ausgangspunkt für medientheoretische Experimente an und mit den Grundoperationen, die mit der emergenten Funktion des untersuchten Gesamtobjekts nicht identisch sein müssen.

Auf diese Weise als aktive Praxis des Herstellens philosophischer Objekte abseits reiner Textarbeit verstanden, kann Bogosts *carpentry* daher als konsequente Fortsetzung der von Friedrich Kittler initiierten Erweiterung des medienwissenschaftlichen Textkorpus um gezielt *technische Schriften*, nämlich „Algorithmen, Blaupausen und Schaltplänen“, bezeichnet werden.⁷⁴ Denn auch Kittler versteht seinen eigenen Appell, sich solchen Texten zu widmen, nicht ausschließlich als klassische Lektüreaufforderung, wie gleich im ersten Absatz des Vorworts zu *Draculas Vermächtnis* zu lesen ist: „Leser [Kittlers ‚technischer Schriften‘] werden [...] nicht erfahren, wie Schreibmaschinen zu bauen, Computerprogramme zu schreiben oder Schaltpläne zu lesen sind.“⁷⁵ Und auch Ernst betont diesen Punkt: „Medienwissenschaft ist nicht allein Textquellen verpflichtet, sondern ebenso den Schaltplänen und den Bewegungen der betroffenen Objekte selbst, den operativen Medien.“⁷⁶ Das Lesen technischer Schriften allein induziert dem Leser noch kein epistemologisches Medienwissen. Laut Bogost gelingt dies erst durch den aktiven Nachvollzug der Grundoperationen der darin beschriebenen Maschinen oder Algorithmen in Form einer *carpentry*. Kittler besteht in seiner Forderung nach der Einbeziehung technischer Schriften stets auf der Analogie zwischen Schreiben und Programmieren, bleibt also auf den ersten Blick dem Schriftmonopol der Geisteswissenschaften treu. Zu Beginn der 1990er Jahre kann dies noch als Versuch verstanden werden, die Berührungsgängste vor der – gerade in geisteswissenschaftlichen Disziplinen häufig zum schlichten *word processor* degradierten – Turingmaschine auf den Schreibtischen zu nehmen. So weist Kittler darauf hin, dass

die Unterschiede zwischen Schreiben und Programmieren mittlerweile gegen Null gehen. Es ist dieselbe Maschine, auf der Texte und virtuelle Bilder entstehen, dieselbe Jagd nach Redundanzen, der wortreiche Versicherungen im einen, aufgeschwemmte Datenstrukturen im anderen Fall weichen müssen, und schließlich vor jener Deadline, die aus Aufsätzen Sammelbände und aus Quellcodes Anwenderprogramme macht, dasselbe mühsame Entwanzen.⁷⁷

Doch Kittler nutzte seinen Computer nicht nur als *word processor*, sondern ließ ihn beispielsweise algorithmisch Farne zeichnen, um einen Aspekt der Metaphysik des Eurytos von Me-

⁷³ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 111.

⁷⁴ Kittler, *Draculas Vermächtnis*, S. 10.

⁷⁵ Ebd., S. 8, meine Hervorhebung.

⁷⁶ Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 355.

⁷⁷ Kittler, *Draculas Vermächtnis*, S. 9.

tapontion medienwissenschaftlich fruchtbar zu machen.⁷⁸ Dieser nur in Fragmenten und Kommentaren überlieferten Philosophie nach lässt sich das Wesen von Menschen, Tieren und Pflanzen durch ganze Zahlen bestimmen; laut Eurytos derjenigen Anzahl an Steinen, die benötigt wird, um das Schattenbild eines Menschen, eines Tiers oder einer Pflanze an einer Wand zu umranden. Während diese Philosophie von Zeitgenossen wie Aristoteles kritisiert und verspottet wurde, nimmt Kittler sie zum Ausgangspunkt für ein medientechnisches Argument anhand eines C-Programms:

Inzwischen (nämlich seit reelle Zahlen und Computer auf der Welt sind) wissen wir im Abendland es besser. Rosen blühen nicht nur, weil sie blühen; Aristide Lindenmayer hat sogar für *Rosa centifolia* Linné rekursive Algorithmen angegeben. Farne fasern nicht nur, weil sie fasern; Michael Barnsley konnte ihnen iterierte affine Abbildungen zuordnen [...].⁷⁹

Das nach dem Mathematiker und Computergrafikpionier Barnsley algorithmisch erzeugte Farnbild gelingt nur, weil das Farnblatt zuvor, zwar nicht durch ganze Zahlen wie bei Eurytos, sondern durch geeignete reelle Zahlen beschrieben und weil ein Algorithmus zur Transformation dieser Zahlen in eine entsprechende Farngrafik implementiert wurde. Anhand des Quellcodes zu diesem Farnbild kann Kittler eine medientechnisch begründete Interpretation der Philosophie des Eurytos formulieren: „Eurytos zeigt [...], dass Begriffe – wie ungerade Zahlen bei Philolaos – Seiendes jeweils in seine Grenzen schliessen und damit (wie es mit Cicero noch heute heißt) de-finieren.“⁸⁰ Aus Bogosts objektorientierter Perspektive kann Kittlers Quellcode und das daraus erzeugte algorithmische Farnbild auch als medientheoretische *carpentry* verstanden werden, denn es visualisiert die Grundoperation des fraktalen Wachstums eines Farnblatts aus einem Datensatz reeller Zahlen und einem Zeichenalgorithmus, erlaubt Experimente durch Variationen dieser beiden Komponenten und ermöglicht es Kittler, damit eine medientechnisch begründete, medientheoretische These aufzustellen. Anstatt nur auf eine Analogie zwischen Schreiben und Programmieren zu verweisen, möchte Bogost Geisteswissenschaftler auf genau diese Weise explizit dazu bringen, ihre Kreativität auch abseits der üblichen schriftlich narrativen Ausdrucksmittel einzusetzen. Denn durch die kreative Arbeit bei der Erstellung von *carpentries* können tiefere Einblicke in die Wahrnehmungen ihrer Untersuchungsobjekte entstehen und so die jeweiligen Grundoperationen zu Tage gefördert werden:

When people or toothbrushes or siroccos make sense of encountered objects, they do so through metaphor. [...T]his process requires creative effort, challenging OOO to become craftsmanship,

⁷⁸ Vgl. Friedrich Kittler. *Musik und Mathematik. Bd. 1: Hellas, Teil 1: Aphrodite*. München: Fink, 2006, Tafel 11 zwischen S. 240 und S. 241 sowie den dazugehörigen C-Programmcode auf S. 300–302.

⁷⁹ Ebd., S. 300.

⁸⁰ Ebd., S. 298.

challenging us to learn a trade. We tend to think of creativity as construction, the assembly of something new out of known parts.⁸¹

Dass Bogost hier auch von *Metaphern* spricht, mag im Zuge der bisherigen Argumentation verwirren, stammt der Metaphernbegriff doch gerade aus der Aristotelischen Poetik und Rhetorik, also dem vermeintlichen Grund der abendländischen Sprachwissenschaft. Über die Metapher lässt sich jedoch eine Verbindung zur *Diagrammatik* nach Charles Sanders Peirce herstellen, womit sich ein letzter wichtiger Aspekt der *carpentry* aufzeigen lässt. Die Begriffe *Diagramm* und *Metapher* tauchen in Peirces Zeichentheorie in seiner dreifachen Unterteilung des *Ikons* auf, welches wiederum – neben *Indizes* und *Symbolen* – eine der drei möglichen Arten von Zeichen ist:

[Icons] which partake the simple qualities [...] are *images*; those which represent the relations [...] of the parts of one thing by analogous relations in their own parts, are *diagrams*; those which represent the representative character of a representamen by representing a parallelism in something else, are *metaphors*.⁸²

Ikone sind nach Peirce also Zeichen, die durch drei Arten der Ähnlichkeit auf ihr bezeichnetes Objekt verweisen. Innerhalb dieser Ähnlichkeitstriade sind es hauptsächlich die Diagramme, die das kultur- und medienwissenschaftliche Interesse für das Forschungsfeld der *Diagrammatik* erregt haben.⁸³ Und auch zum Vergleich mit der *carpentry* scheint der Peirce'sche Diagrammbegriff überaus geeignet zu sein, geht es Bogost doch ebenfalls darum, die Objekt-Objekt-Relationen, die Grundoperationen im Inneren eines technischen Objekts offenzulegen. Und weil das als *carpentry* konstruierte Objekt mit dem untersuchten Objekt nicht zwangsläufig identisch sein muss,⁸⁴ wird auch die Verbindung der *carpentry* zum Peirce'schen Metaphernbegriff deutlich: Die Grundoperationen eines Objekts können auch in einem anderen, vergleichbaren Objekt *metaphorisch* hergestellt werden. Die Kulturwissenschaftler Matthias Bauer und Christoph Ernst charakterisieren das Peirce'sche Diagramm ebenfalls dadurch, dass es „Ähnlichkeit dadurch behauptet, dass es *die inneren Funktionsprinzipien eines Objekts darstellt*,“ heben jedoch noch einen weiteren wichtigen Aspekt des Diagramms hervor:

⁸¹ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 111.

⁸² Charles Sanders Peirce. „A Syllabus of Certain Topics of Logic“. [Erstveröffentlichung: 1903]. In: *The Essential Peirce. Selected Philosophical Writings. Volume 2 (1893–1913)*. Hrsg. von Nathan Houser u. a. Bloomington und Indianapolis: Indiana University Press, 1998, S. 258–299, hier S. 274.

⁸³ Eine konzise Einführung in die Diagrammatik über die Peirce'sche Zeichentheorie liefern Matthias Bauer und Christoph Ernst. *Diagrammatik. Einführung in ein kultur- und medienwissenschaftliches Forschungsfeld*. Bielefeld: Transcript, 2010, S. 40–82.

⁸⁴ Eine *carpentry* kann auch in einem anderen Medium, mit anderen Materialien erstellt werden, wie das Beispiel von Kittlers Implementierung der Eurytonischen Metaphysik auf einem Digitalcomputer zeigt.

Das Diagramm-Ikon *entwirft in der Darstellung* eine Hypothese über den Gegenstand, indem es auf andere Wissensbestände zurückgreift. Mittels des Diagramms wird eine These entwickelt, die Wissen über das Objekt entwickelt. Diagrammatische Ikonizität ist daher nicht abbildende, sondern *entwerfende Ähnlichkeit*.⁸⁵

Dieser aktive Prozess des Entwerfens von Ähnlichkeit, den ein Diagramm erlaubt, ist eng verzahnt mit Peirces Begriff der *diagrammatischen Schlussfolgerung*:

By diagrammatic reasoning, I mean reasoning which constructs a diagram according to a precept expressed in general terms, performs experiments upon this diagram, notes their results, assures itself that similar experiments performed upon any diagram constructed according to the same precept would have the same results, and expresses this in general terms.⁸⁶

Bogosts Begriff des *philosophischen Laborgeräts* zeigt an, dass auch mit der fertigen *carpentry* operiert und experimentiert wird – ganz analog zu Peirces Diagrammen und den damit möglichen Schlussfolgerungen. Bogosts Erläuterungen des aktiven, philosophischen Zimmerns betont jedoch gerade auch den vorausgehenden *Herstellungsprozess* der *carpentry*, diesen „more hands-on approach, manipulating or vivisectioning the objects to be analyzed, mad scientist-like, in the hopes of discovering their secrets.“⁸⁷ Oder in Bauers und Ernsts Worten: „Keineswegs muss das Diagramm also immer eine schematische Ansicht sein, die irgendjemand gezeichnet hat. Entscheidend für die Diagrammatik ist vielmehr das *entwerfende Verfahren der Veranschaulichung*.“⁸⁸ Der während der Herstellung mit der „Widerständigkeit des Materials“ ringende *alien phenomenologist* provoziert somit ständig die von Heidegger beschriebenen Situationen, in denen Zuhandenes in den „Modi der Auffälligkeit, Aufdringlichkeit und Aufsässigkeit“ erscheinen kann, die „am Zuhandenen den Charakter der Vorhandenheit zum Vorschein [...] bringen“, ohne jedoch den Zeugcharakter zu verlieren: „die sich kundgebende Vorhandenheit ist noch gebunden in der Zuhandenheit des Zeugs.“ Während diese Modi für Heidegger hauptsächlich die „Weltmäßigkeit des Zuhandenen“ aufzeigen,⁸⁹ einen globalen Zeugzusammenhang, eine Art Systemoperation also,⁹⁰ möchte Bogost im *Herstellen von carpentries* die zeitlichen Prozesse in den Objekten selbst erhellen: „[...] carpentry

⁸⁵ Beide Zitate: Bauer und Ernst, *Diagrammatik*, S. 44.

⁸⁶ Charles Sanders Peirce. „Parts of Carnegie Application (L 75)“. [Erstveröffentlichung: 1902]. In: Ders. *The New Elements of Mathematics*. Bd. 4: *Mathematical Philosophy*. Hrsg. von Carolyn Eisele. Den Haag und Paris: Mouton, 1976, S. 13–73, hier S. 47 f.

⁸⁷ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 103.

⁸⁸ Bauer und Ernst, *Diagrammatik*, S. 45.

⁸⁹ Alle vorigen Zitate: Heidegger, *Sein und Zeit*, S. 74.

⁹⁰ So formuliert es auch Harman: „Mit ihrem Abtauchen in die Tiefe neigt Zeug-Seiendes dazu, ein *System* von Zeug zu bilden, in dem es schwierig ist, zwischen einzelndem Seiendem zu unterscheiden. Dies hat die unterlaufende Implikation, dass die Vielzahl an Seiendem einer abgeleiteten Ebene der Präsenz angehört und damit ein tieferes und einheitliches System der Referenz Priorität erhält.“ Harman, *Vierfaches Objekt*, S. 46.

involves constructing artifacts that illustrate the perspective of objects.“⁹¹ Laut Harman liegt der Unterschied zwischen „wahrnehmungslosen“ Objekten „im Ruhezustand“ und aktiven, das heißt „wahrnehmenden“ Objekten darin, dass aktive Verbindungen zwischen Objekten immer als zeitlicher Prozess stattfinden.⁹² Die *Illustration*, von der bei Bogost die Rede ist, ist demnach gerade kein schlichtes statisches Abbilden der Funktion,⁹³ sondern vielmehr der Versuch des dynamischen, aktiven Nachvollzugs dieser zeitkritischen Prozesse anhand der Grundoperationen – und dies nicht erst am fertigen Diagramm, sondern bereits in seiner Herstellung als *carpentry*.

Nach der Definition aus dem vorangehenden Kapitel gehören zu den Grundoperationen eines Algorithmus zunächst die einzelnen Rechenoperationen, in die sich das jeweilige Verfahren auflösen lässt. Im nächsten Kapitel liegt der Fokus der Analyse auf einer solchen zentralen Grundoperationen des klassischen Algorithmus zur Berechnung eines Koeffizienten der Fourier-Reihe. Dadurch ergeben sich neue, genuin medienarchäologische Erkenntnisse. So wird es möglich, im Auf- und Nachspüren dieser Grundoperation in verschiedenen, hauptsächlich akustischen Experimentalanordnungen, die hier im Sinne Bogosts als historische Beispiele für *carpentry* vorgestellt werden, eine Mediengenealogie von Leibniz’ Modell der menschlichen Wahrnehmung bis hin zum amplitudenmodulierten Radio zu strukturieren.

Im besten medienarchäologischen Sinne zeitkritisch wird die Untersuchung der Grundoperationen dann im letzten Kapitel über die FFT. Es zeigt sich, dass auch in diesem Fall eine die Grundoperationen von Algorithmen beachtende Medienarchäologie zu neuen Erkenntnissen gelangt, die zu einer Präzisierung ihrer Zeitbegriffe führt. Laut Ernst zeichnen sich Algorithmen dadurch aus, dass sie keine historische Zeit kennen:

Ein Algorithmus ist als kognitives Konstrukt in Gedanken realisierbar und somit in einem unhistorischen Zustand, doch erst seine Implementierung als Programm in reale Elektromechanik (oder in diskreten Schritten notiert auf Papier) bringt diese Konfiguration zum operativen Vollzug.⁹⁴

Im operativen Vollzug von Algorithmen verliert der Makrozeitbegriff der Geschichte gegenüber den mikrozeitlichen Operationen massiv an Bedeutung: „The microtemporality in the operativity of data processing (synchronization) replaces the traditional macro time of the ‚historical‘ archive (governed by the semantics of historical discourse)—a literal ‚quantiza-

⁹¹ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 109.

⁹² Siehe auch den Abschnitt zur Objektwahrnehmung bei Harman oben ab S. 22.

⁹³ Dieses Argument macht Bogost am Beispiel von Fotografien: „[P]hotographs are static; they *imply* but do not *depict* unit operations. For the latter, we must look to artifacts that themselves operate.“ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 52.

⁹⁴ Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 417.

tion.“⁹⁵ Dieser Mikrozeitbegriff lässt sich für die FFT und andere Algorithmen präzisieren, wenn die medienarchäologische Algorithmenanalyse mit dem *state of the art* der computerwissenschaftlichen Komplexitätstheorie synchronisiert wird. Denn wie die Untersuchung zeigen wird, war es nicht schlicht der eskalatorische Unterschied des Zeitaufwands zwischen Algorithmen, die von menschlichen Rechenmaschinen mit Stift und Papier ausgeführt werden, und jenen, die auf digitaler Mikroelektronik laufen, der zu den mehrfachen Entdeckungen der *schnellen* Fourier-Transformation führte. Stattdessen hängt gerade die Menge der zu transformierenden Eingangsdaten eng mit der Laufzeit von Algorithmen zusammen. Menschliche Rechner und Programmierer realisierten dies während der operativen Durchführung ihrer Algorithmen anhand praktischer Probleme. Für Nichtmathematiker und Nichtinformatiker kann der sich daraus ergebende relative Begriff einer *algorithmischen Zeit* hingegen mittels einer *carpentry* erfahrbar gemacht werden. Zuletzt wird jedoch Bogosts Begriff der Grundoperation selbst hinterfragt werden müssen, ob er zur Beschreibung der zeitkritischen Aspekte von Algorithmen taugt oder ob an seiner statt ein anderer Begriff für eine medienarchäologische Untersuchung von Algorithmen und der *algorithmischen Zeit* besser geeignet ist.

95 Ernst, „Media Archaeography“, S. 251.

4 Die Fourier-Transformation

Nach den theoretischen Einführungen zum Begriff des Algorithmus und der Objektorientierten Ontologie in den beiden vorangegangenen Kapiteln steht nun die Einführung des ersten Untersuchungsgegenstands an, auf den die ausgebreiteten Konzepte im weiteren Verlauf dieser Arbeit exemplarisch angewandt werden sollen. So wird in diesem Kapitel aus dem Bereich der klassischen Fourier-Transformation der Fourier-Reihenalgorithmus näher betrachtet. Ganz wie Wolfgang Ernst es für das Blockdiagramm der Shannon'schen Kommunikationstheorie, für die physikalische Einheit der Frequenz – Hertz, abgekürzt Hz – oder die Turing-Maschine erwähnt, hat die Fourier-Transformation die Eigenheit, mit dem Namen ihres Erfinders bezeichnet zu werden.¹ Der historische Namensgeber ist in diesem Fall der französische Mathematiker Jean Baptiste Joseph Fourier, dessen bekanntestes Werk, die *Théorie Analytique de la Chaleur* aus dem Jahr 1822, die mathematischen Transformationsverfahren einführte, die heute unter seinem Namen bekannt sind.²

Es geht in diesem Kapitel nicht um die historische Person Fouriers, nicht darum, aus seiner Biografie im Sinne einer narrativen Mediengeschichte die Erfindung der gleichnamigen Transformation herzuleiten. Stattdessen steht das mathematische Verfahren selbst im Vordergrund, das es erlaubt, Funktionen einer unabhängigen Variablen – meist der Zeit t – in entsprechende Funktionen der dazu umgekehrt proportionalen zu transformieren.³ Ernst bezeichnet eine solche medientechnisch und technomathematisch informierte Alternative zur narrativen Mediengeschichte unter Bezug auf Immanuel Kant und Knut Ebeling als „Archäographie“ der Medien:

Das objektive Korrelat zu der von Kant genannten Vernunft [die anstelle einer Geschichte eine *Archäologie* der Philosophie betreibt] bildet hier jene technische Welt wissensgeladener Apparate, die nicht mehr nur eine Ausweitung menschlich vertrauter Wahrnehmungssinne ist, sondern zugleich

¹ Vgl. Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 381 ff.

² Vgl. Joseph Fourier. *Théorie Analytique de la Chaleur*. Paris: Didot, 1822. Eine deutsche Übersetzung erschien rund sechzig Jahre später: vgl. Joseph Fourier. *Analytische Theorie der Wärme*. [*Théorie Analytique de la Chaleur*, Paris: Didot, 1822]. Aus dem Französischen übers. von B. Weinstein. Berlin: Springer, 1884.

³ Im Falle einer Funktion der Zeit t also in eine Funktion der Frequenz f , dem Kehrwert einer zeitlichen Dauer T , also $f = 1/T$.

eine Eigenwelt mit Eigenzeiten entfaltet.⁴

Dieses Kapitel versucht, auch im Sinne von Bogosts *Alien Phenomenology*, einen Einblick in das algorithmische Objekt der Fourier-Transformation zu erlangen. Es stellt eine medienarchäologisch informierte Suche nach jenen Grundoperationen dar, die ihr Funktionieren, ihre Operativität ermöglichen. Angestrebt wird also eine Fusion der Disziplinen: „Medienarchäographie verlangt nach präziser Quellenkritik, die sich sowohl auf medienarchäologische Hardware wie technomathematische Software bezieht, sowie nach genauester Kenntnis der jeweiligen (gemeinhin historischen) Kontexte.“⁵ Denn in der Analyse der jeweiligen Grundoperationen gehen Medienarchäologie und Objektorientierte Ontologie Hand in Hand: „So gilt es, Mediensysteme auf die Module ihrer konkreten Agenten herunterzubrechen, um ihr Zeitgefüge zu begreifen.“⁶

4.1 Das Problem der schwingenden Saite

Das Forschungsgebiet, an dessen Gegenständen Jean Baptiste Joseph Fourier sein mathematisches Kalkül entwickelte, war die Theorie der Wärmeausbreitung und -verteilung, jenes physikalische Themenfeld, das sich im 19. Jahrhundert neben den klassischen Fragestellungen der Mechanik etablierte.⁷ Fourier formulierte die zentralen Fragestellungen seiner Wärmeausbreitungstheorie eingangs seines im Dezember 1807 beim *Institut de France* eingereichten Manuskripts, das er zwischen den Jahren 1802 und 1804 begonnen hatte,⁸ sowie auf der ersten Seite der Buchversion von 1822: „Das Problem der Fortpflanzung der Wärme besteht nun in der Bestimmung der Temperatur jedes Punktes des fraglichen Körpers zu einer bestimmten Zeit, wenn sie für jeden Punkt zu einer festgesetzten Zeit, der Anfangszeit, bekannt ist.“⁹ Letztendlich betonte Fourier jedoch stets die allgemeine Gültigkeit seiner mathematischen Verfahren auch abseits rein thermodynamischer Fragestellungen, die er selbst lediglich als „une application plus particulière“, als sehr speziellen Anwendungsfall, beschrieb.¹⁰

⁴ Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 347.

⁵ Ebd., S. 356.

⁶ Ebd., S. 357.

⁷ Zwei Jahre nach Fouriers *Théorie Analytique de la Chaleur* erschien das Buch, das heute als Gründungsdokument der modernen Thermodynamik gilt: Nicolas Léonard Sadi Carnot. *Réflexions sur la Puissance Motrice du Feu et sur les Machines Propres à Développer cette Puissance*. Paris: Bachelier, 1824. Carnot beschreibt darin den heute nach ihm benannten Kreisprozess für Wärmekraftmaschinen.

⁸ Vgl. Ivor Grattan-Guinness. *Joseph Fourier 1768–1830. A Survey of his life and work, based on a critical edition of his monograph on the propagation of heat, presented to the Institut de France in 1807*. Cambridge und London: MIT Press, 1972, S. 16; John Herivel. *Joseph Fourier. The Man and the Physicist*. London: Clarendon Press, 1975, S. 99 f.

⁹ Fourier, *Analytische Theorie der Wärme*, S. 1.

¹⁰ Fourier, zit. n. Grattan-Guinness, *Joseph Fourier 1768–1830*, S. 186.

Dass seine Methode eine allgemeinere Anwendbarkeit besaß, zeigte sich darin, dass Fourier mit ihr zur Lösung eines mathematischen Streits betrug, der Mitte des 18. Jahrhunderts zwischen Jean le Rond d'Alembert und Leonhard Euler aufgeflammt war und in der Folge von Daniel Bernoulli und Joseph Louis de Lagrange kommentiert wurde.¹¹ Es ging dabei um die möglichen Lösungen der Wellengleichung d'Alemberts, einer linearen, partiellen Differentialgleichung zweiter Ordnung, mit der dieser im Jahr 1747 die Bewegungen einer schwingenden Saite beschrieb.¹² Euler zeigte daraufhin, dass auch völlig willkürliche, unstetige Funktionen mit Sprungstellen als Lösungen dieser Gleichung in Frage kommen. Bernhard Siegert charakterisiert diese Lösung so: „Eulers Kurven [...] sind kontingente Kritzeleien. Sie kommen nicht in der Natur, sondern nur auf dem Papier vor.“¹³

D'Alembert lehnte diese „Kritzeleien“ als Lösungen der Wellengleichung vehement ab, denn seiner Vorstellung nach mussten gültige Lösungen dem klassischen „Gesetz des Leibnizschen Universums der unendlichen Repräsentation“ genügen.¹⁴ Diesen Grundsatz hatte Gottfried Wilhelm Leibniz in der Einleitung zu seinen 1704 verfassten *Nouveaux essais sur l'entendement humain* populär verständlich formuliert: „Nichts geschieht auf einen Schlag; und es ist einer meiner wichtigsten und bewährtesten Grundsätze, daß die Natur niemals Sprünge macht.“ Eulers Lösung widersprach diesem „Gesetz der Kontinuität“, wonach physikalische Ereignisse „stets durch einen mittleren Zustand hindurch vom Kleinen zum Großen und umgekehrt“, eben kontinuierlich auftreten müssten.¹⁵ So zeigte sich am Problem der schwingenden Saite der von Siegert so beschriebene „Riß im Denken der Repräsentation“: „Was hier geschieht, ist, daß die Grenzen von mathematischem Kalkül und Physik (Leibnizschen Naturgesetzen) nicht mehr identisch sind.“¹⁶

Lange fehlte eine mathematische Erklärung für dieses Paradox, nachdem sowohl aus Sicht der Physik *akzeptable*, weil kontinuierliche Funktionen als auch *unnatürliche*, weil nicht stetige Funktionen als Lösungen der Wellengleichung in Frage kommen. Diese Verbindung konnte erst Fouriers Theorie liefern. Zwar untersuchte er vornehmlich thermodynamische

¹¹ Für eine knappe Zusammenfassung des Streits aus der Perspektive eines Mathematikhistorikers, siehe Grattan-Guinness, *Joseph Fourier 1768–1830*, S. 243–249.

¹² Vgl. Jean le Rond d'Alembert. „Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration“. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres à Berlin, Année MDCCXLVII* 3 (1749), S. 214–219. In moderner Schreibweise lautet die Gleichung $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$. Vgl. z. B. Grattan-Guinness, *Joseph Fourier 1768–1830*, S. 243; Siegert, *Passage des Digitalen*, S. 213.

¹³ Siegert, *Passage des Digitalen*, S. 214.

¹⁴ Ebd., S. 215 f.

¹⁵ Alle drei Zitate: Gottfried Wilhelm Leibniz. *Philosophische Werke*. Bd. 3: *Neue Abhandlungen über den menschlichen Verstand*. [*Nouveaux essais sur l'entendement humain*, 1765, verfasst 1704]. Hrsg. und aus dem Französischen übers. von Ernst Cassirer. Hamburg: Meiner, 1996, S. 13 (Vorrede).

¹⁶ Siegert, *Passage des Digitalen*, S. 216 f.

Fragestellungen wie die Wärmeausbreitung in realen Körpern wie Platten, Prismen, Ringen, Kugeln, Zylindern und Würfeln und in hypothetischen, „unendlich ausgedehnten“ Varianten dieser Körper.¹⁷ Allerdings gab er in allen Ausarbeitungen seiner Theorie stets auch mehrere Beispiele, die stattdessen im Sinne Eulers „willkürlich“ oszillierende Funktionen, wie etwa Sägezahn-, Rechteck- oder Dreieckswellen behandelten. Funktionen also, die laut d’Alembert eigentlich nicht klassisch kontinuierlich beschreibbar sein dürften, da ihre Verläufe scharfe Knicke und Sprünge aufweisen.¹⁸ Fourier gelang es so, den beschriebenen Widerspruch zwischen d’Alembert und Euler aufzulösen. Er konnte zeigen, dass selbst die diskontinuierliche Rechteckwelle, deren Funktionswerte ohne kontinuierlichen Übergang periodisch zwischen zwei diskreten Werten hin und her springen, sich durch eine unendliche Summe von Sinuswellen darstellen lässt.¹⁹ Er wies also auch für vermeintlich diskontinuierliche Funktionen einen kontinuierlichen Grund nach.

Dabei war Fourier nicht der erste, der Summen trigonometrischer Funktionen als Lösung der Wellengleichung vorschlug. Dies hatte Euler bereits kurz nach d’Alemberts Veröffentlichung getan: „Die grundlegende Form der [schwingenden] Saite kann durch die Gleichung $y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$ ausgedrückt werden.“²⁰ Er ließ diese Lösung jedoch von vorne herein nur eingeschränkt gelten, nämlich „für die Fälle, bei denen es sich um eine kontinuierliche Kurve“ handelt.²¹ 1753 versuchte Daniel Bernoulli Eulers trigonometrische Reihe dennoch zur allgemeingültigen Lösung aufzuwerten. Er tat dies mittels einer Kritik an der rein abstrakten, mathematischen Analyse des Saitenproblems durch d’Alembert und Euler. Deren Vorgehen, so Bernoulli, habe das Problem,

dass eine abstrakte Analyse, die man hört, ohne dass sie auch nur ein einziges Mal anhand der gestellten Frage synthetisch überprüft wird, uns eher überrascht als dass sie unser Verständnis er-

¹⁷ Vgl. die Kapitelüberschriften im Inhaltsverzeichnis zu Fourier, *Analytische Theorie der Wärme*, S. XIX–XXXII. Eine leicht verständliche und mit entsprechenden Diagrammen versehene Beispielrechnung für die Temperaturänderungen in einem sich abkühlenden Stab nach Fouriers Methode zeigt etwa Barbara Burke Hubbard. *Wavelets. Die Mathematik der kleinen Wellen*. [Ondes et Ondelettes, Paris: Pour la Science, 1995]. Übers. von Michael Basler. Berlin: Birkhäuser, 1997, S. 30, Abb. 1.2.

¹⁸ Vgl. die Abbildungen in Joseph Fourier. „Théorie de la propagation de la chaleur dans les solides“. In: Ivor Grattan-Guinness. *Joseph Fourier 1768–1830. A Survey of his life and work, based on a critical edition of his monograph on the propagation of heat, presented to the Institut de France in 1807*. Kommentierter Neuabdruck von Fouriers Manuskript vom 21. Dez. 1807. Cambridge und London: MIT Press, 1972, S. 30–440, hier S. 165; 184.

¹⁹ Dieses Beispiel wird in der Analyse von Fouriers Algorithmus in Kapitel 4.2 unten ab S. 48 diskutiert.

²⁰ Leonhard Euler. „Sur la vibration des cordes“. In: *Histoire de l’Académie Royale des Sciences et Belles Lettres à Berlin, Année MDCCXLVIII* 4 (1750), S. 69–85, hier S. 85, meine Übersetzung. Im Original: „la figure primitive de la corde sera exprimée par cette équation, [...]“

²¹ Ebd., S. 84, meine Übersetzung. Im Original: „Ayant ainsi donné la solution générale, comprenons y encore quelques cas, auxquels la courbe [...] est une courbe continuë, dont les parties soient liées en vertu de la loi de continuité, de maniere que sa nature puisse être comprise par une équation.“

hell. Es scheint mir, dass man nicht mehr tun muss, als die Natur der einfachen Saitenvibrationen zu untersuchen, um ohne eine einzige Berechnung all das vorherzusehen, was die beiden großen Geometer [d'Alembert und Euler] mittels dornigster und abstraktester Berechnungen herausfanden, [...].²²

Zur synthetischen Überprüfung der Fragestellung schlug Bernoulli ein Hörexperiment vor, dem seiner Meinung nach „eigentlich alle Musiker zustimmen“ müssten:

Eine lange, angezupfte Saite lässt gleichzeitig, neben ihrem Grundton, noch andere, viel höhere Töne erklingen; sie [die Musiker] bemerken sicherlich eine Vermischung mit der Duodezime und der großen Septdezime: sofern sie die Oktave und die Doppeloktave nicht ebenso deutlich bemerken, liegt dies nur an ihrer zu großen Ähnlichkeit zum Grundton.²³

Mit diesem geforderten Hörexperiment schloss Bernoulli an die neuzeitlichen akustischen Forschungen zur Obertontheorie an, die im 17. Jahrhundert durch Marin Mersennes *Harmonie Universelle* angeregt und durch Joseph Sauveurs „Système Général“ im Jahr 1701 auf den Begriff des *harmonischen Obertons* gebracht wurde:²⁴

Ich nenne denjenigen einen *harmonischen Ton* des Grundtons, der mehrere Vibrationen macht, während der Grundton nicht mehr als eine vollbringt; demnach ist ein Ton auf der Duodezime des Grundtons harmonisch, weil dieser 3 Vibrationen vollzieht, während der Grundton lediglich eine macht.²⁵

²² Daniel Bernoulli. „Réflexions et éclaircissemens sur les nouvelles vibrations des cordes exposées dans les mémoires de l'académie de 1747 & 1748“. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres à Berlin, Année MDCCCLIII* 9 (1755), S. 147–172, 352. URL: <https://archive.org/details/berlin-histoire-1753-pub1755> (besucht am 15. 11. 2016), hier S. 148, meine Übersetzung. Im Original: „[...] qu'une analyse abstraite, qu'on écoute sans aucun examen synthétique de la question proposée, est sujette à nous surprendre plutôt qu'à nous éclairer. Il me semble à moi, qu'il n'y avoit qu'à faire attention à la nature des vibrations simples des cordes, pour prévoir sans aucun calcul tout ce que ces deux grands Géometres ont trouvé par les calculs les plus épineux & les plus abstraits, [...]“

²³ Ebd., S. 152, meine Übersetzung. Im Original: „Effectivement tous les Musiciens conviennent, qu'une longue corde pincée donne en même tems, outre son ton fondamental, d'autres tons beaucoup plus aigus; ils remarquent sur tout le mélange de la douzième & de la dix-septième majeure: s'ils ne remarquent pas aussi distinctement l'octave & la double octave, ce n'est qu'à cause de la trop grande ressemblance de ces deux tons avec le ton fondamental.“ Bei den von Bernoulli genannten Mischtönen handelt es sich um die untersten fünf Teiltöne der Obertonreihe, hier mit den in der europäischen Musiktradition üblichen Intervallbezeichnungen angegeben: „Duodezime“ meint den zweiten Oberton über dem Grundton bzw. den dritten Teilton. Musikalisch betrachtet handelt es sich dabei um eine oktavierte Quinte. Die „große Septdezime“ bezeichnet den fünften Teilton, der musikalisch als doppelt oktavierte große Terz über dem Grundton interpretiert werden kann.

²⁴ Laut Kittler „versucht Mersenne, meines Wissens als Erster, die schwingende Saite grafisch zu simulieren [...]“ Friedrich Kittler. *Und der Sinus wird weiterschwingen. Über Musik und Mathematik*. Köln: Kunsthochschule für Medien, 2012, S. 28. Der grafisch dargestellte Sinushalbbogen, auf den Kittler hier verweist, findet sich in Marin Mersenne. *Harmonie Universelle, Contenant la Théorie et la Pratique de la Musique*. Paris: Cramoisy, 1636, S. 173 (Teil I, Buch 3, Satz 7).

²⁵ Joseph Sauveur. „Système Général des Intervalles des Sons, & son Application à tous les Systèmes & à tous les Instrumens de Musique“. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences* (1701), S. 299–366, hier S. 349,

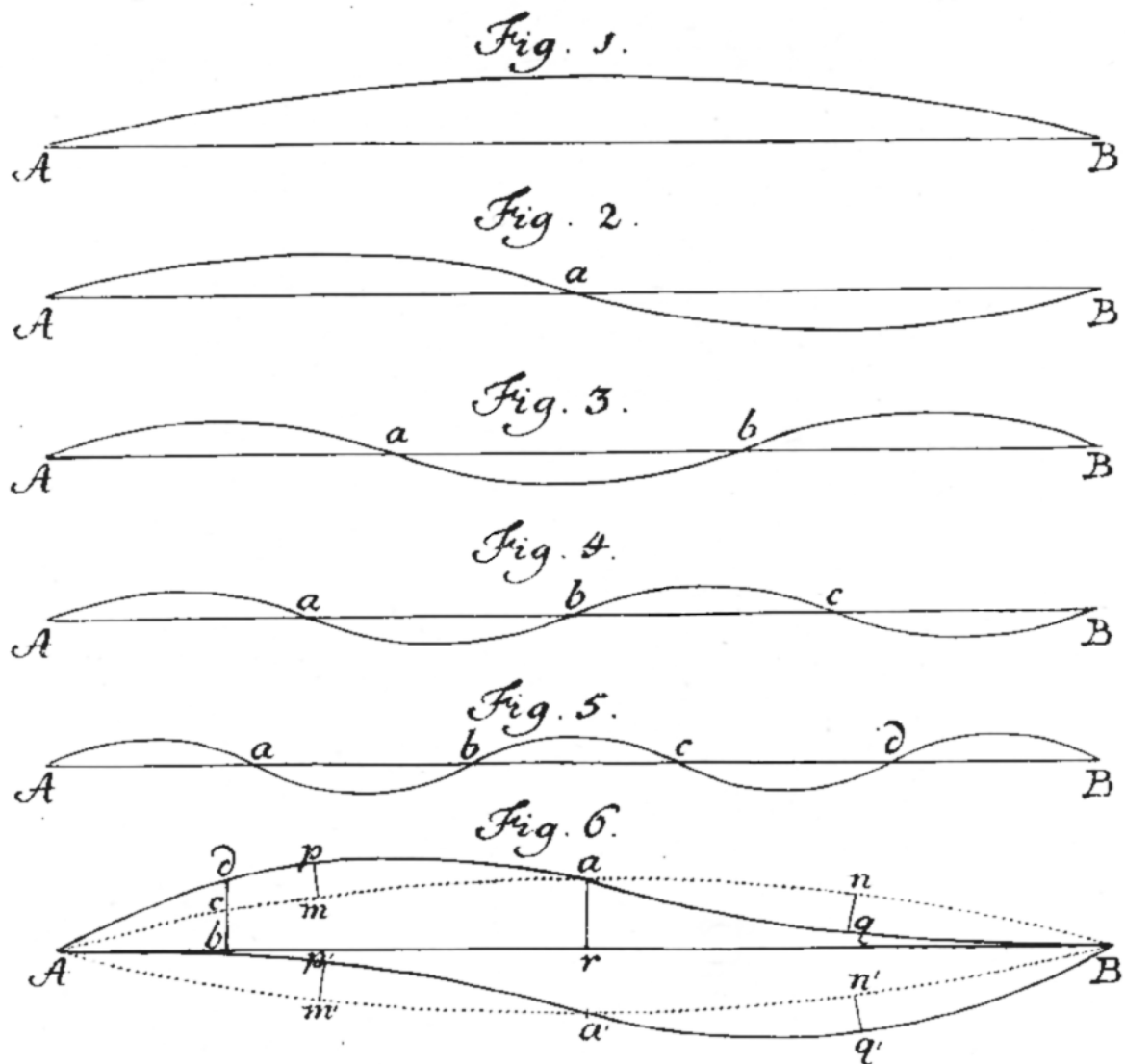


Abbildung 4.1: Bernoullis Diagramme der ersten fünf Teiltöne einer schwingenden Saite, die zwischen den Punkten A und B eingespannt ist. Teildiagramm „Fig. 6“ stellt seine geometrische Konstruktion einer Mischschwingung aus „Fig. 1“ und „Fig. 2“ zu den Zeitpunkten des Maximalausschlags der Grundschiwingung (gepunktete Linie) dar.

Während Sauveur die harmonischen Obertonschwingungen in seinen Diagrammen noch ausschließlich einzeln, das heißt untereinander getrennt abbildete,²⁶ konstruierte Bernoulli, nach vergleichbaren Diagrammen der ersten fünf Obertöne als Sinuswellen, in seinem sechsten Diagramm geometrisch eine beispielhafte Mischschwingung aus den ersten beiden Obertönen zu den Zeitpunkten der Maximalauslenkungen des Grundtons (siehe das mit „Fig. 6“ beschriftete Teildiagramm in Abbildung 4.1). In seinen Erläuterungen dazu betont Bernoulli den unendlichen Charakter von Eulers Reihenlösung: „Auf die gleiche Art, wie wir [in der sechsten Figur] die Schwingungen der ersten und der zweiten Figur kombiniert haben, könnte man auch die Schwingungen der ersten Figur mit denen aller anderen Figuren kombinieren, ohne Ausnahme bis in die Unendlichkeit; [...]“²⁷ Er weiß auch eine sehr zeitkritische Erklärung dafür zu geben, warum bei einer angeschlagenen gespannten Saite selten mehr als die oben genannten fünf Teiltöne hörbar seien:

Die Erfahrung und der Verstand lehrt uns, dass von zwei gleich dicken und gleich stark gespannten Saiten die längere der beiden ihre Schwingung länger aufrecht hält als die kürzere; der Ton angezupfter kurzer Saiten erklingt kaum länger als einen Augenblick. Folglich verklingen alle partiellen Schwingungen, die mit der Grundschwingung vermischt sind, sehr schnell, während die Grundschwingung noch sehr leise weiter andauert; [...].²⁸

Hierin sieht Bernoulli einen indirekten Hinweis auf die möglicherweise unendlich vielen, ganzzahligen Sinussummanden, in die sich jede beliebige Schwingungsform einer Saite auflösen ließen. Das Gehör sei jedoch nicht in der Lage, alle diese Töne zu hören, da die höheren von den lautereren und länger andauernden tieferen Obertönen übertönt werden. Trotzdem gibt er sich zuversichtlich, dass Eulers Summenlösung, die er durch seine diagrammatisch unterstützten Hörexperimente bestätigt sieht, letztlich alle durch d'Alembert und Euler gefundenen Lösungen – also auch die „willkürlichen“ Ecken und Sprünge von Dreieck- und Rechteckwellen – umfassen müsste und folglich als allgemeingültige Lösung der Wellenglei-

meine Übersetzung. Im Original: „J'appelle *Son harmonique* d'un Son fondamental, celui qui fait plusieurs vibrations pendant que le Son fondamental n'en fait qu'une; ainsi un Son à la douzième [sic] du Son fondamental est harmonique, parce qu'il fait 3 vibrations pendant que le Son fondamental n'en fait qu'une.“ Im modernen Frequenzbegriff ausgedrückt: Die Frequenz jedes harmonischen Obertons ist ein *ganzzahliges Vielfaches* der Grundtonfrequenz.

²⁶ Vgl. Sauveur, „Système Général“, Abbildungen auf S. 351 f.

²⁷ Bernoulli, „Réflexions et éclaircissemens“, S. 154 f., meine Übersetzung. Im Original: „De la même façon que nous avons combiné les vibrations de la première, & de la seconde figure, on pourra combiner les vibrations de la première figure, avec celles de toute autre figure sans exception à l'infini; [...]“

²⁸ Ebd., S. 158, meine Übersetzung. Im Original: „L'expérience & la raison nous apprennent, que de deux cordes également grosses & également tendues, la plus longue conserve plus longtemps ses vibrations que la plus petite; dans les petites cordes pincées le son ne dure qu'un instant. Ainsi toutes les vibrations partielles, mêlées avec la vibration totale & fondamentale, finiront bien vite, pendant que la fondamentale dure encore très sensiblement; [...]“

chung gelten dürfe.²⁹

Dass sich seine Argumentation in der Mitte des 18. Jahrhunderts jedoch noch nicht durchsetzen konnte, zeigt die unmittelbare Antwort Eulers auf Bernoullis Ausführungen, der darin auf die „unendliche Anzahl anderer Kurven, die nicht mittels dieser Gleichung beschrieben werden können“, hinweist.³⁰ Schon die schwingende Saite liefere seiner Meinung nach ausreichend Gegenbeispiele, betrachte man ihre Bewegung direkt nach dem Anschlagen:

Wenn wir der Saite vor dem Loslassen eine Form geben, die nicht mittels der Gleichung $y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \&c.$ beschrieben werden kann, so besteht kein Zweifel, dass die Saite nach dem plötzlichen Loslassen keiner determinierten Bewegung folgt. Auch steht fest, dass die Bewegung der Saite sich nach dem ersten Augenblick noch sehr von dieser Gleichung unterscheidet; und dennoch kann man festhalten, dass sich die Saite nach einigen Momenten schließlich doch einer Form unterwirft, welche besagter Gleichung entspricht, sodass sich nicht leugnen lässt, dass – bevor dies eintritt –, die Bewegung der Saite nicht allzu verschieden von derjenigen sein kann, die in Herrn Bernoullis Betrachtung enthalten ist. Diese erste Bewegung [...] scheint mir jedoch ausreichend, um aufzuzeigen, dass diese Theorie nicht alle Bewegungen erklären kann, zu denen eine Saite imstande ist.³¹

Unter einer solchen „Form, die nicht mittels der Gleichung [...] beschrieben werden“ könne, versteht Euler die spitze und daher nicht stetige Dreieckform, die eine eingespannte Saite annimmt, wenn sie durch den zupfenden Finger vor dem Loslassen an einem Punkt ausgelenkt wird. Denn auch wenn Euler „willkürliche Kritzeleien“ als mathematisch korrekte Lösungen der Wellengleichung gefunden hatte, so war es für ihn, genauso wie für d’Alembert, noch gänzlich undenkbar, dass die Summe kontinuierlicher, stetiger Funktionen wie dem Sinus in eine nicht stetige Funktion wie die Dreieckswelle konvergieren könnte; auch eine Folgerung aus Leibniz Kontinuitätsgesetz.³² So lässt sich Euler nicht von seiner Überzeugung abbringen, „dass in der Lösung, die aus der Kombination von Trochoiden gezogen wird, nicht mehr gesehen werden sollte, als die Lösung sehr spezieller Fälle.“³³ In Eulers Antwort auf Bernoulli

²⁹ Vgl. Bernoulli, „Réflexions et éclaircissemens“, S. 155.

³⁰ Leonhard Euler. „Remarques sur les mémoires précédens de M. Bernoulli“. In: *Histoire de l’Académie Royale des Sciences et Belles Lettres à Berlin, Année MDCCLIII* 9 (1755), S. 196–222, hier S. 198, meine Übersetzung. Im Original: „il y a une infinité d’autres courbes, qui ne sauroient être comprises dans cette équation.“

³¹ Ebd., S. 199, meine Übersetzung. Im Original: „Car on concevons, qu’on ait donné à la corde, avant que de la relâcher, une figure, qui n’est pas comprise dans l’équation [...] & il n’y a aucun doute que la corde, après avoir été relâchée subitement, ne soit déterminée à un certain mouvement. Il est aussi certain que la figure qu’elle aura après le premier instant sera encore bien différente de cette équation; & quand même on voudroit soutenir, qu’après plusieurs instants elle s’assujettisse enfin à une figure comprise dans la dite équation, on ne sauroit disconvenir, qu’avant que cela arrive, le mouvement de la corde ne soit bien différent de celui, que la considération de M. Bernoulli renferme. Ce premier mouvement [...] me semble tout à fait suffisant à faire voir, que cette théorie n’est pas capable de nous éclairer sur tous les mouvemens, dont une corde est susceptible.“

³² Vgl. z. B. Siegert, *Passage des Digitalen*, S. 245 f.

³³ Euler, „Remarques sur M. Bernoulli“, S. 201, meine Übersetzung. Im Original: „Sur ce pied, il est bien clair, que la solution tirée de la combinaison des trochoïdes ne sauroit être regardée, que comme très particuliere.“

ist jedoch eine grundsätzlich positive Einstellung gegenüber Bernoullis diagrammatischem, nicht abstrakt analytischem Vorgehen hervorzuheben:

Wenn Herrn Bernoullis Betrachtung alle Kurven beschreibt, die eine schwingende Saite annehmen kann, so wäre sie gegenüber unserer Methode unendlich zu bevorzugen, welche dann nur noch als extrem dorniger Umweg zu einer Lösung gelten sollte, die so viel einfacher zu finden ist. Falls sich jedoch im Gegenteil herausstellt, dass Herrn Bernoullis Betrachtung nicht alle Kurven entdeckt, [...] wäre genauso unbestreitbar, dass seine Methode, so elegant sie auch erscheinen mag, gegenüber der direkten Methode, die alle möglichen Lösungen umfasst, im Nachteil ist.³⁴

Von diesem Vorbehalt kann er jedoch nicht zurücktreten: solange nicht zweifelsfrei bewiesen ist, dass Bernoulli mit seiner Vermutung tatsächlich Recht hat, bevorzugt Euler weiterhin die mühsamen analytischen Gleichungen und Berechnungen, die d'Alemberts partielle Differentialgleichung verlangt.

Und da Bernoulli trotz seiner empirischen Herangehensweise mittels Hörexperimenten und seiner anschaulichen Diagrammatik selbst nicht in der Lage war, seine Hypothesen durch konkrete Berechnungen der Koeffizienten α , β , γ , δ , usw. für eine willkürliche Schwingungsform zu untermauern, konnte seine Hypothese, Eulers Sinussummenformel sei eine allgemeingültige Lösung der Wellengleichung, auch nicht abschließend beurteilt werden. Sowohl Bernoullis Behauptung als auch Eulers Ablehnung derselben blieben mithin unbewiesene Hypothesen. Seit der Mitte des 18. Jahrhunderts wurde deshalb ein Rechenverfahren zum Ermitteln der Koeffizienten gesucht, ein Algorithmus, der für eine beliebige gegebene Schwingungsform aus Eulers allgemeiner Sinussummenformel eine konkrete, numerische Lösung berechnet. Oder alternativ ein belastbarer Gegenbeweis, dass sich Dreieck-, Rechteck-, Sägezahnwellen und andere nicht stetige Schwingungsformen tatsächlich nicht mittels einer Summe von Sinusfunktionen darstellen lassen.

4.2 Fouriers Algorithmus zur Koeffizientenbestimmung

Die mathemathikhistorische Zusammenfassung im vorigen Abschnitt erlaubt es, Fouriers Beiträge, die, wie bereits erwähnt, oberflächlich als Arbeiten zur aufkommenden Wärmelehre betitelt waren, in diesem Abschnitt ganz im Sinne des gesuchten Algorithmus zur Koeffizien-

³⁴ Euler, „Remarques sur M. Bernoulli“, S. 199, meine Übersetzung. Im Original: „Car si la considération de M. Bernoulli fournissoit toutes les courbes, qui peuvent avoir lieu dans le mouvement des cordes, il est certain qu'elle seroit infiniment préférable à notre méthode, qu'on ne pourroit plus regarder que comme un détour extrêmement épineux pour parvenir à une solution si aisée à trouver. Mais au contraire, si la considération de M. Bernoulli ne découvre pas toutes les courbes, [...] il est aussi incontestable, que la méthode de M. Bernoulli, quelque belle qu'elle soit en elle-même, ne soit de beaucoup inférieure à la méthode directe, qui fournit toutes les solutions possibles.“

tenbestimmung objektorientiert zu fokussieren. Dabei werden die Grundoperationen seines Algorithmus im Vordergrund stehen.

Wie Grattan-Guinness betont, war Fourier der um 1807 bereits sechzig Jahre andauernde Streit um die allgemeingültige Lösung der Wellengleichung d'Alemberts bekannt.³⁵ 1822, in der Buchveröffentlichung seiner *Théorie Analytique de la Chaleur*, kommentiert er seine Ergebnisse dann auch mit direktem Verweis auf Bernoullis Hypothese von 1753:

Die Anwendung dieser Ergebnisse gestattet das Problem der Bewegung schwingender Saiten von den Schwierigkeiten, die seine Behandlung durch *Daniel Bernoulli* bietet, zu befreien. Die von diesem Mathematiker gegebene Lösung des fraglichen Problems setzt nämlich voraus, dass jede beliebige Function sich in eine nach Sinussen oder Cosinussen fortschreitende Reihe entwickeln lässt. Dass aber diese Voraussetzung zutrifft, wird man wol nicht schlagender beweisen können, als dadurch, dass man eine solche Entwicklung vornimmt und die Coefficienten derselben bestimmt.³⁶

Für Fourier galt demnach wie für Euler, dass das anschauliche Verfahren Bernoullis erst dann wirklich hilfreich würde, wenn es gelänge, die Koeffizienten auch tatsächlich zu berechnen. Dazu war er seit 1807 in der Lage, hatte also das gesuchte „Verfahren zur Bestimmung der Coefficienten“ gefunden.³⁷ Und, wie Mathematik- und Medienhistoriker einstimmig hinzufügen, korrekterweise nicht bloß ein Verfahren, sondern gleich zwei. Sowohl Grattan-Guinness als auch Siegert betonen, dass Fouriers erste Methode im Aufstellen „unendlich viele[r] Gleichungen zur Bestimmung der unendlich vielen Coefficienten a “ bestand.³⁸ Dieses unendliche Gleichungssystem konnte dann mühsam, „after a monstrous bag of clever tricks with finite and infinite series and products“,³⁹ für einen Koeffizienten nach dem anderen gelöst werden.⁴⁰

Man nimmt erst eine bestimmte Anzahl m von Gleichungen und berechnet daraus unter Fortlassung aller Coefficienten von a_{m+1} ab die m Coefficienten $a_1, a_2 \dots a_m$, dann nimmt man eine Gleichung mehr und berechnet $a_1, a_2, \dots a_{m+1}$, dann noch eine Gleich mehr u. s. f.⁴¹

Knuths Algorithmusdefinition nach zwar ein *effektives*, weil machbares, aber alles andere als *effizientes* Verfahren, da hier für jeden zusätzlich zu ermittelnden Koeffizienten auch alle vorigen Koeffizienten erneut zu berechnen sind. Das einfachere der beiden Verfahren, den

³⁵ Vgl. Grattan-Guinness, *Joseph Fourier 1768–1830*, S. 249.

³⁶ Fourier, *Analytische Theorie der Wärme*, S. 160.

³⁷ Ebd., S. 149.

³⁸ Ebd., S. 134.

³⁹ Ivor Grattan-Guinness. „Joseph Fourier, *Théorie Analytique de la Chaleur* (1822)“. In: *Landmark Writings in Western Mathematics 1640–1940*. Hrsg. von dems. u. a. Amsterdam: Elsevier, 2005, S. 354–365, hier S. 360.

⁴⁰ Vgl. a. Siegert, *Passage des Digitalen*, S. 243.

⁴¹ Fourier, *Analytische Theorie der Wärme*, S. 134.

heute noch üblichen Algorithmus zur Koeffizientenbestimmung einer Fourier-Reihe, gab der Mathematiker in seinem Buch von 1822 hingegen konzise in drei simplen Schritten an:

Man construit für das Intervall $y = 0$ bis $y = \pi$ über der y Axe die einzelnen Curven

$$z_1 = \sin y, \quad z_2 = \sin 2y, \quad z_3 = \sin 3y, \dots$$

dann reducirt man jede dieser Curven dadurch, dass man ihre Ordinaten immer mit zugehörigen Werten von $z = \varphi(y)$ multiplicirt auf die Curven

$$z'_1 = \varphi(y) \sin y, \quad z'_2 = \varphi(y) \sin 2y, \quad z'_3 = \varphi(y) \sin 3y, \dots$$

die von diesen letzteren Curven, der Abscissenaxe und den für $y = 0$ und $y = \pi$ eingeschlossenen Flächenstücke geben die Constanten a_1, a_2, a_3, \dots in der Entwicklung

$$\frac{1}{2} \pi \varphi(y) = a_1 \sin y + a_2 \sin 2y + a_3 \sin 3y + \dots^{42}$$

Kernstück dieses Algorithmus sind demnach Sinusfunktionen und ihre harmonischen, das heißt ganzzahligen Obertonschwingungen, ganz wie Bernoulli es vermutet hatte. Für jeden zu berechnenden Koeffizienten wird der Graph der entsprechenden Sinusfunktion mit dem Graphen der zu analysierenden Funktion – hier $\varphi(y)$ genannt – multipliziert, was Fourier „reduciren“ nennt. In seinem Manuskript von 1807 beschreibt er diesen Schritt im Detail, jedoch mit der Variablen x anstatt wie oben mit y :

Man muss begreifen, dass jeder Abszisse x je ein Wert von $\varphi(x)$ und ein Wert von $\sin x$ entspricht, sodass man, wenn man diese beiden Werte miteinander multipliziert, an der gleichen Stelle der $[x-]$ Achse einen diesem Produkt proportionalen Ordinatenwert erhält. Durch diese kontinuierliche Operation erzeugt man eine dritte Kurve, deren Ordinatenwerte denen der Sinuskurve entsprechen, proportional reduziert durch die Ordinatenwerte, welche die arbiträre Kurve $\varphi(x)$ repräsentieren.⁴³

„Reducirt“ werden hier also die Sinusfunktionen, und zwar „proportional“ zum Verlauf der zu untersuchenden arbiträren Funktion. Der Flächeninhalt respektive das Integral dieser neuen Kurve, so Fourier, „ergibt den genauen Koeffizientenwert für $\sin x$.“⁴⁴ Dies illustrieren auch Fouriers an dieser Stelle des Manuskripts eingefügten Skizzen, die eine arbiträre, ansteigende Kurve sowie die Funktionen $\sin x$ beziehungsweise $\sin 2x$ zwischen den Grenzen 0 und π

⁴² Fourier, *Analytische Theorie der Wärme*, S. 149. Der Faktor $\frac{1}{2}\pi$, mit dem Fourier die Funktion $\varphi(y)$ multipliziert, dient lediglich der Skalierung, um die Koeffizientenberechnung übersichtlich zu halten.

⁴³ Fourier, „Théorie de la propagation de la chaleur“, S. 214, meine Übersetzung. Im Original: „Il faut concevoir que pour chaque abscisse x à laquelle répond une valeur de $\varphi(x)$ et une valeur de $\sin x$, on multiplie cette dernière valeur par la première, et qu’au même point de l’axe on élève une ordonnée proportionnelle au produit. On formera, par cette opération continuelle, une 3^e courbe dont les ordonnées sont celles de la courbe de sinus, réduites proportionnellement aux ordonnées de la courbe arbitraire qui représente $\varphi(x)$.“

⁴⁴ Ebd., meine Übersetzung. Im Original: „Cela posé, l’aire de la courbe reduite, étant prise depuis 0 jusqu’à π , donnera la valeur exacte du coefficient de $\sin x$.“

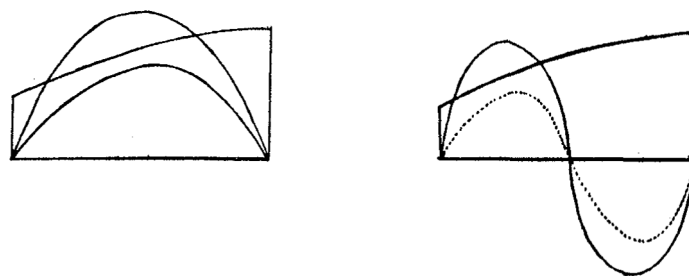


Abbildung 4.2: Zwei von Fouriers Skizzen zur geometrischen Koeffizientenbestimmung in seinem Manuskript von 1807.

zeigen. Obwohl Fourier eine Beschriftung der Zeichnung unterlässt, lässt sich in der gepunkteten Linie der zweiten Zeichnung dennoch die nach der Multiplikation der beiden Graphen resultierende neue Kurve erkennen, wodurch auch die erste Skizze verständlicher wird (siehe Abbildung 4.2). Weil Fourier hier von einer „kontinuierlichen Operation“ spricht, scheint es auf den ersten Blick notwendig, dass für die arbiträre Funktion ebenfalls ein analytisch integrierbarer Term angegeben werden müsste, denn andernfalls wäre zunächst das Produkt der beiden Funktionen nicht integrierbar und folglich auch das Integral, der Flächeneinschluss der neuen Kurve, nicht analytisch zu bestimmen. Genau an diesem Punkt zeigt sich jedoch, dass Fouriers Zeichnungen mehr tun, als diese Operation lediglich zu illustrieren. Anstatt bloß Schaubilder zu sein, können sie als Diagramme operativ gemacht werden: Sofern sie maßstabsgetreu angefertigt sind,⁴⁵ können die Koeffizienten auch geometrisch, das heißt, über den grafischen Flächeninhalt ermittelt werden, wie Fourier es auch selbst vorschlug:⁴⁶

Man kann diese zweite Curve auch als aus den zwei Curven $z = \varphi(y)$, $z_i = \sin iy$ dadurch entstanden denken, dass man in jedem Punkte der y Axe ein Lot errichtet, dessen Länge z'_i so gross ist, wie das Product der auf demselben Punkte errichteten Lote z und z_i und die Endpunkte dieser Lote miteinander verbindet.

Da nun die Art, wie man diese zweite Curve $z'_i = \varphi(y) \sin iy$ zu bilden hat, ganz unabhängig von der Gestalt der Curve $z = \varphi(y)$ ist, so kann der die Constante a_i darstellende Flächenraum in jedem Falle, mag $z = \varphi(x)$ eine continuierliche oder discontinuierliche oder hin und wieder ganz beliebig gezogene Curve darstellen, berechnet werden.⁴⁷

Was noch zu tun blieb, war die exemplarische Koeffizientenberechnung für eine Funktion mit scharfen, diskontinuierlichen Ecken und Sprüngen, um Eulers Überzeugung zu widerle-

⁴⁵ Dies ist in Abb. 4.2 deutlich sichtbar leider nicht gegeben. Der Graph der arbiträren Funktion beginnt in der zweiten Darstellung etwas tiefer und auch die Sinusgraphen weisen unterschiedliche Amplituden auf.

⁴⁶ Am Ende seines Buchs resümiert Fourier auch über die diagrammatische Überzeugungskraft geometrischer Lösungen: „Nichts schien mir aber zur Klarstellung und zum Beweise für die Richtigkeit der neuen Theoreme so geeignet zu sein, wie die geometrische Versinnbildlichung ihrer Resultate.“ Fourier, *Analytische Theorie der Wärme*, S. 451.

⁴⁷ Ebd., S. 149.

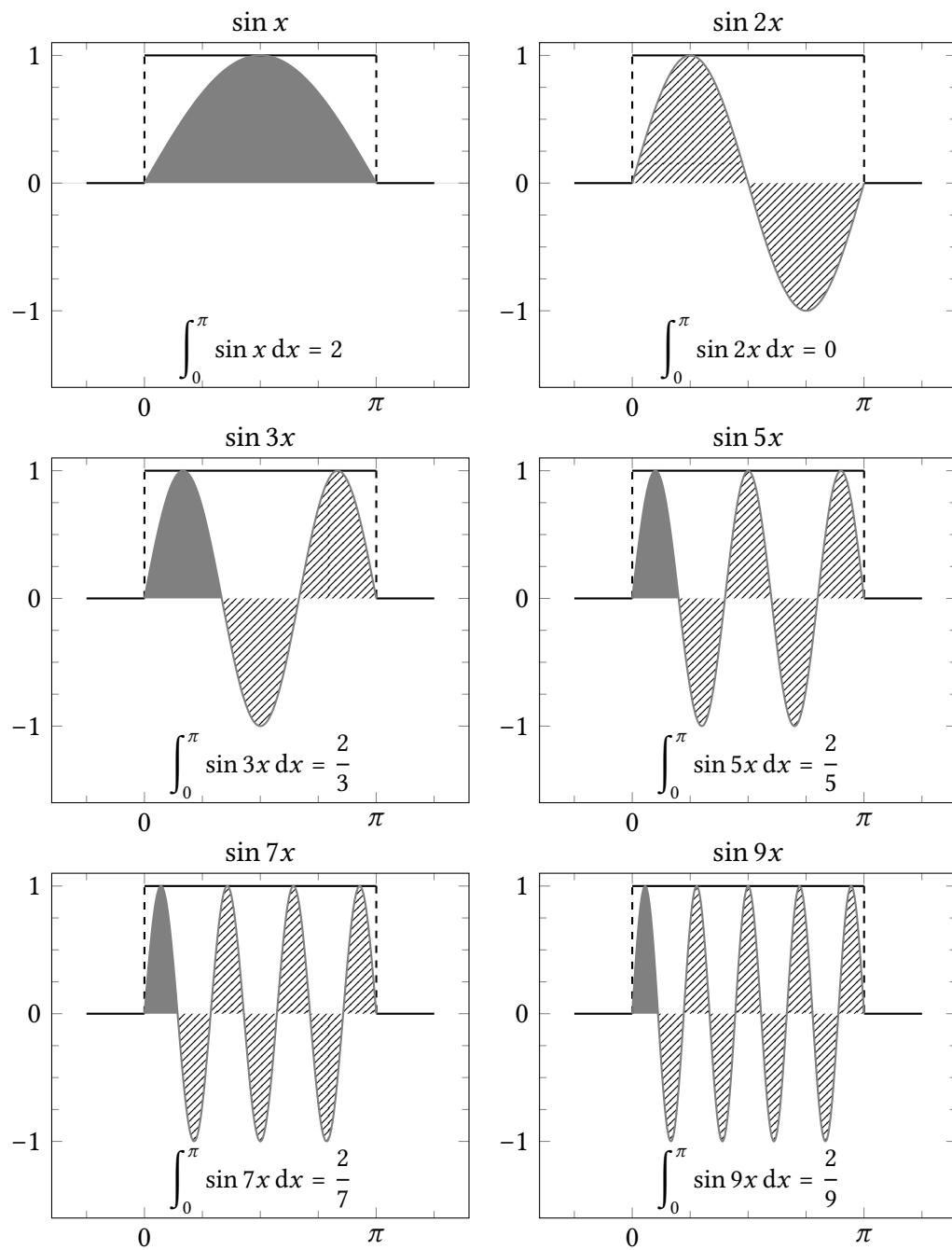


Abbildung 4.3: Geometrische Illustration der Berechnungen zu den ersten fünf Koeffizienten einer Rechteckfunktion nach Fouriers klassischem Algorithmus.

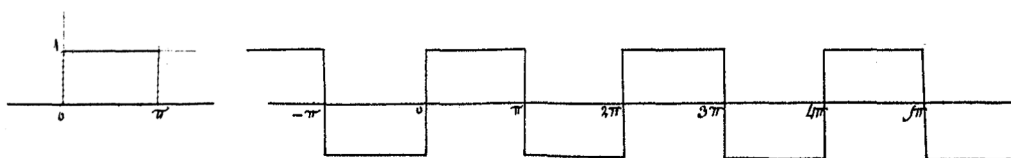


Abbildung 4.4: Fouriers Diagramm einer zu analysierenden Rechteckfunktion und die Wellendarstellung seiner Lösung, der entsprechenden Sinusreihenentwicklung.

gen, dass solche Funktionen sich nicht mittels Sinusreihen darstellen ließen. Fourier schritt deshalb schon in seinem Manuskript von 1807 zur Koeffizientenbestimmung einer Rechteckfunktion, die überall den Wert 0 besitzt, außer im Intervall von 0 bis π , wo sie den Wert 1 besitzt (siehe den Funktionsgraphen links in Abbildung 4.4). Multiplikationen von Sinusfunktionen mit einer Funktion, die im zu untersuchenden Intervall konstant 1 ist, sind trivial: die Sinusfunktionen bleiben unverändert. So müssen in diesem Fall lediglich die Integralf Flächen berechnet werden, was Fourier zu seiner Lösung bringt:

Nun ist der Term $S(\sin. ix \, dx)$ gleich $(\frac{1-\cos. ix}{i})$, wenn das Integral ab $x = 0$ genommen wird. Folglich ergibt das Integral von $x = 0$ bis $x = \pi$ [den Wert] $\frac{2}{i}$, wenn die Zahl i ungerade ist, und [den Wert] 0, wenn die Zahl i gerade ist; daraus deduziert man die Gleichung:

$$\frac{1}{4}\pi = \sin. x + \frac{1}{3}\sin. 3x + \frac{1}{5}\sin. 5x + \frac{1}{7}\sin. 7x + \dots \&c.^{48}$$

Die Abbildung 4.3 soll diese Durchführung einer klassischen Fourier-Reihenentwicklung näher illustrieren. Die Integralf Flächen aller geraden Terme ergeben 0, weil sich in diesen Fällen die positiven und die negativen Kurvenbögen der Sinusfunktion im Analysebereich gegenseitig aufheben, wohingegen die ungeraden Terme den durch Fourier berechneten Wert $\frac{2}{i}$ annehmen, da stets ein positiver Bogen übrig bleibt, dessen Flächeninhalt genau diesem Wert entspricht. Man erhält demnach die Reihenentwicklung

$$2 \sin x + \frac{2}{3} \sin 3x + \frac{2}{5} \sin 5x + \frac{2}{7} \sin 7x + \frac{2}{9} \sin 9x + \dots,$$

die nach einer Division durch 2 der von Fourier angegebenen allgemeinen Lösung für alle Funktionen, die im Bereich von 0 bis π einen konstanten Wert annehmen, entspricht. Diese Division ist lediglich eine proportionale Skalierung, wie Fourier abschließend resümiert: „Die Koeffizienten a_1, a_2, a_3, \dots usw. sind also schlicht die Flächeninhalte der [Sinus-]Kurven

⁴⁸ Fourier, „Théorie de la propagation de la chaleur“, S. 218, meine Übersetzung. Im Original: „Or, le terme $S(\sin. ix \, dx)$ est égal à $(\frac{1-\cos. ix}{i})$ si l'intégrale est prise depuis $x = 0$. Donc, l'intégrale totale prise depuis $x = 0$ jusqu'à $x = \pi$ sera égal à $\frac{2}{i}$ si le nombre de i est impair, et égal à 0 si le nombre i est pair; on en déduit l'équation [...]“

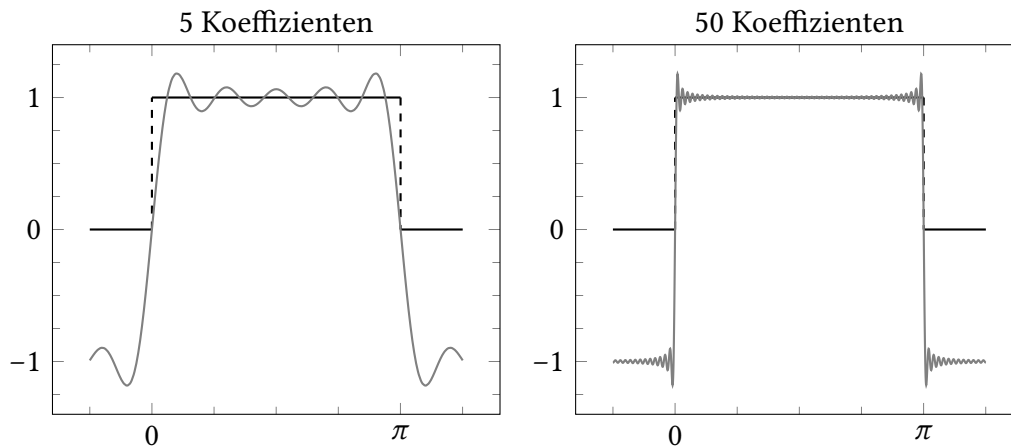


Abbildung 4.5: Fourier-Synthese der zuvor analysierten Rechteckwelle.

zwischen 0 und π . Diese Flächeninhalte sind [für jede in diesem Bereich konstante Funktion] tatsächlich *proportional* zu $1, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, 0, \frac{1}{7}, \dots$ usw.“⁴⁹

Anschließend betont Fourier nochmals, dass diese Lösung über eine Sinusreihenentwicklung der in Abbildung 4.4 links dargestellten Rechteckfunktion tatsächlich nur für den Bereich von 0 bis π gilt. Denn seine Reihenentwicklung nimmt außerhalb dieses Bereichs die Form einer Rechteckwelle an, die periodisch zwischen den Maximalwerten 1 und -1 alterniert, wie in Abbildung 4.4 rechts zu sehen. Was seine Abbildung nicht zeigt, ist, dass diese Rechteckform tatsächlich erst nach einer *unendlichen* Aufsummierung der entsprechenden Sinusfunktionen erreicht wird. Endliche Reihenentwicklungen, wie sie Abbildung 4.5 exemplarisch für fünf respektive fünfzig ungerade Koeffizienten darstellt, weisen stets Artefakte an den Sprungstellen und dazwischen ein Oszillieren um die eigentlich konstanten Maximalwerte auf. Dieses Überschwingen wird heute als *Gibbs'sches Phänomen* bezeichnet.⁵⁰

Fouriers eigentlich nur in einem kleinen Bereich geltende Lösung emergiert also außerhalb des Definitionsbereichs der Rechteckfunktion zu einer diskontinuierlichen Rechteckwelle, die laut Eulers Überzeugung eigentlich nicht durch Summen kontinuierlicher Sinusfunktionen beschrieben werden können dürfte. Bernoullis Hypothese war durch die Angabe eines *Algorithmus* bestätigt, Eulers und d'Alemberts Überzeugung widerlegt.

Genau diese Eigenschaft macht die Bedeutung der Fourier-Reihenentwicklung in der heu-

⁴⁹ Fourier, „Théorie de la propagation de la chaleur“, S. 218, meine Übersetzung und Hervorhebung. Im Original: „Les coefficients a_1, a_2, a_3, \dots &c. sont donc simplement les aires de ces courbes qui répondent à l'axe depuis 0 jusqu'à π . Ces aires sont en effet proportionnelles à $1, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{5}, 0, \frac{1}{7}, \dots$ &c.“

⁵⁰ Benannt nach dem Physiker Josiah Willard Gibbs, der es im Jahr 1898 mathematisch untersuchte und darüber in der *Nature* publizierte. Vgl. dazu Edwin Hewitt und Robert E. Hewitt. „The Gibbs-Wilbraham Phenomenon: An Episode in Fourier Analysis“. In: *Archive for History of Exact Sciences* 21.2 (Juni 1979), S. 129–160, hier S. 152 f.

tigen digitalen Signalverarbeitung (*Digital Signal Processing*, DSP) aus. Mit dem beschriebenen Algorithmus lässt sich jede *periodische Funktion* in ein zwar unendliches, aber *diskretes* Spektrum aus ganzzahligen Vielfachen einer Grundfrequenz überführen. Problematisch sind nichtperiodische Funktionen, etwa schnell abklingende Geräusche, wie der Knall einer Peitsche, eines Schusses oder die abstrakte, singuläre Rechteckfunktion aus Fouriers Beispiel. In solchen Fällen kann ein kontinuierliches Fourier-Integral die Lösung liefern, das Frequenzanteile im gesamten Kontinuum der *reellen Zahlen* anstatt nur ganzer Zahlen zulässt. Weiterhin wird bei einem Fourier-Integral die Funktion nicht mehr nur in endlichen Grenzen, wie etwa von 0 bis π , sondern von $-\infty$ bis ∞ integriert. Zwischen Fourier-Reihen und -Integralen existiert dennoch ein fundamentaler Zusammenhang, da sich die Reihe als Spezialfall des Integrals herleiten lässt: Laut Brigham „sind die Koeffizienten, die sich aus dem FOURIER-Integral ergeben, und die Koeffizienten der herkömmlichen FOURIER-Reihe für eine periodische Funktion identisch.“⁵¹ Zur Bildung des Fourier-Integrals einer beliebigen Funktion existiert jedoch kein einfacher Algorithmus, sodass sie nur für solche Funktionen in Frage kommen, für die „Mathematiker als schlechte Rechner [...] Integrale in geschlossener Form angegeben haben.“⁵² Für zufällige Signale, die ein DSP-System in Echtzeit analysieren soll, wird meist auf Varianten der Diskreten Fourier-Transformation wie der FFT zurückgegriffen, die mit einer endlichen Anzahl diskreter Frequenzanteile auskommen muss.⁵³

4.3 Eine Grundoperation in Fouriers Algorithmus

Nach der im vorigen Abschnitt exemplarisch nachvollzogenen Koeffizientenbestimmung für eine Rechteckfunktion verallgemeinert Fourier seinen Algorithmus weiter, in dem er zunächst zeigt, dass anstelle einer Sinusreihe auch eine Kosinusreihe mit entsprechenden Koeffizienten berechnet werden kann.⁵⁴ In der Folge gelangt er zur heute üblichen mathematischen Formulierung der allgemeinen Fourier-Reihenentwicklung als einer Kombination aus Sinus- und Kosinustermen mit den entsprechenden Koeffizienten a_n und b_n .⁵⁵

⁵¹ Brigham, *FFT*, S. 100.

⁵² Kittler, „Real Time Axis, Time Axis Manipulation“, S. 199. Eine Tabelle mit entsprechenden „FOURIER-Transformationspaaren“ liefert z. B. Brigham, *FFT*, S. 42–45.

⁵³ In den letzten Jahren wurden neue Algorithmen entwickelt, die auch eine numerische Annäherung an Fourier-Integrale beliebiger Funktionen erlauben, vgl. z. B. Dmitry Melkonian. „Similar basis function algorithm for numerical estimation of Fourier integrals“. In: *Numerical Algorithms* 54 (Mai 2010), S. 73–100. Eine Medienarchäologie solcher Algorithmen zur numerischen Näherungslösung analytischer Integrale wäre sicherlich ebenfalls eine lohnende Untersuchung.

⁵⁴ Vgl. Fourier, *Analytische Theorie der Wärme*, S. 150–153.

⁵⁵ Vgl. ebd., S. 160.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt),$$

wobei die Koeffizientenberechnung durch folgende Gleichungen beschrieben wird:⁵⁶

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos nt \, dt, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin nt \, dt, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

Die Detailanalyse im vorigen Abschnitt stellte die tatsächlichen Grundoperationen in diesem Algorithmus zur Koeffizientenberechnung bereits in den Vordergrund: Die zu analysierende Funktion $f(t)$ wird in einem abgeschlossenen Bereich mit einer Sinus- oder mit einer Kosinusfunktion multipliziert und das Ergebnis anschließend integriert.⁵⁷ Auch die diagrammatische Operativität des Multiplikationsschritts, den Fourier „reduciren“ nannte, wurde bereits kurz hervorgehoben. Um dem Wesen der Funktionsweise von Fouriers Algorithmus nach Maßgabe der Objektorientierten Ontologie näherzukommen, soll gerade diese Grundoperation nun noch einmal dezidiert medienarchäologisch fokussiert werden. Laut Bogost könne die Wahrnehmung der Dinge „only by tracing the exhaust of their effects on the surrounding world“ charakterisiert werden.⁵⁸ Daher folgt nun der Versuch, auf medienarchäologische Weise den „Abgasen“ der Multiplikationen von Schwingungsfunktionen in philosophischen, akustischen und nachrichtentechnischen Kontexten zwischen dem 18. und 20. Jahrhundert nachzugehen. Die These lautet, dass sich in diesen Kontexten, in denen die Multiplikation zweier Schwingungsfunktionen – implizit oder explizit, aber in allen Fällen algorithmisch operativ – wirksam wird, zweierlei zu erkennen gibt: Erstens entfaltet sich in den genannten Beispielen eine der traditionellen Mediengeschichte alternative Medienarchäologie, die Fouriers Algorithmus auf der Ebene seiner Grundoperationen mit philosophischen und phy-

⁵⁶ Diese modernen Schreibweisen der Gleichungen finden sich in einer ähnlichen Form in jedem Handbuch zur Fourier-Analyse. Vgl. z. B. Brigham, *FFT*, S. 95; Anders E. Zonst. *Understanding the FFT. A Tutorial on the Algorithm & Software for Laymen, Students, Technicians & Working Engineers*. [Erstveröffentlichung: 1995]. 2. Aufl. Titusville: Citrus Press, 2000, S. 19–21. Je nach Art der untersuchten Funktion reichen ggf. nur Sinus- oder nur Kosinusterme aus.

⁵⁷ Fourier verwendet meist die Integralgrenzen von 0 bis π , erläutert aber: „man kann ihnen auch die 0 und 2π oder $-\pi$ und $+\pi$ verleihen, [...]“ Fourier, *Théorie Analytique de la Chaleur*, S. 162. Heutige Beschreibungen des Algorithmus verwenden, wie die obigen Gleichungen zeigen, meist eine der beiden zuletzt genannten Varianten. Vgl. z. B. Grattan-Guinness, „Joseph Fourier, *Théorie Analytique de la Chaleur* (1822)“, S. 360; Zonst, *Understanding the FFT*, S. 21.

⁵⁸ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 100.

siologischen Versuchen, die Effekte der menschlichen Wahrnehmung zu verstehen, und der essenziellen ingenieurs- und nachrichtentechnischen Grundlage des amplitudenmodulierten Radios korrelieren kann. Zweitens lassen sich alle diese Beispiele gleichzeitig auch als *medienarchäologische* Varianten der objektorientierten *carpentry* verstehen.

Ein knappes Jahrhundert vor Fouriers Arbeiten taucht die besagte Multiplikation zweier Schwingungen in einem philosophischen Kontext auf. In den 1704 verfassten *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, der Replik auf John Lockes *Essay Concerning Human Understanding* von 1690, kommentiert Leibniz Lockes Modell der menschlichen Gehirntätigkeit bei Sinneswahrnehmungen. Locke hatte den menschlichen Verstand funktional mit einer optischen Dunkelkammer, einer *camera obscura*, verglichen: „*Understanding* is not much unlike a Closet wholly shut from light, with only some little openings left, to let in external visible Resemblances [...]“⁵⁹ Leibniz erweitert dieses Modell um ein entscheidendes *akustisches* Detail, nämlich um die Metapher einer schwingenden Saite oder Membran:

Um die Ähnlichkeit [zwischen Dunkelkammer und Gehirntätigkeit] noch zu vergrößern, müßte man annehmen, daß in dem dunklen Zimmer eine Leinwand ausgespannt wäre, um die Bilder aufzunehmen, daß diese Leinwand aber keine ganz ebene Fläche bildete, sondern durch Falten (die die eingeborenen Erkenntnisse darstellen würden) unterbrochen wäre: daß weiter diese Leinwand oder Membran, wenn man sie spannt, eine Art Elastizität oder Wirkungskraft besäße, ja daß sie eine Tätigkeit oder Reaktion auszuüben vermöchte, die sowohl den älteren Falten als den neueren, die aus dem Eindruck der Bilder von außen stammen, angepaßt wäre. Und zwar müßte diese Tätigkeit in gewissen Schwingungen oder Oszillationen bestehen, wie man solche an einer angespannten Saite bemerkt, wenn man sie berührt, dergestalt, daß sie eine Art von musikalischem Ton von sich gäbe. Denn wir empfangen nicht allein Bilder oder Spuren in unserem Gehirn, sondern bilden auch neue, wenn wir *komplexe Ideen* betrachten. So muß also die unser Gehirn veranschaulichende Leinwand tätig und elastisch sein.⁶⁰

Bekannt ist dieses Zitat vor allem durch den darin eingeführten Begriff der Falte, der Leibniz' Theorie der unendlichen Einfaltung der Seele und der Materie charakterisiert, welche von Gilles Deleuze detailliert untersucht wurde.⁶¹ In dieser wie auch in anderen Arbeiten zu Leibniz finden sich häufig Hinweise auf diese Saitenmetapher. Neben Deleuze erwähnt sie etwa auch Horst Bredekamp, jedoch ohne sie darüber hinaus für epistemologisch fruchtbar zu erklären. Die Metapher verharret bei Bredekamp auf dem Status einer rein rhetorischen Figur für eine durch das Visuelle dominierte Wahrnehmung, als bloße Beschreibung für „die Fähigkeit der Bilder [...], die Dynamik der Selbstentfaltung der Ideen anzufeuern.“⁶²

⁵⁹ John Locke. *An Essay Concerning Human Understanding*. [Erstveröffentlichung: London: Basset und Mory, 1690]. Hrsg. von Peter Harold Nidditch. Oxford: Clarendon Press, 1975, S. 163 (Buch II, Kapitel XI, §17).

⁶⁰ Leibniz, *Neue Abhandlungen*, S. 114 f. (Buch II, Kapitel 12).

⁶¹ Vgl. Gilles Deleuze. *Die Falte. Leibniz und der Barock*. [*Le pli*, Paris: Les éditions de Minuit, 1988]. Aus dem Französischen übers. von Ulrich Johannes Schneider. Frankfurt a. M.: Suhrkamp, 1995, S. 12.

⁶² Horst Bredekamp. *Die Fenster der Monade. Gottfried Wilhelm Leibniz' Theater der Natur und Kunst*. [Erst-

Jens Papenburg geht hier einen Schritt weiter, ohne zwar direkt auf die Saitenmetapher einzugehen, die auch bei ihm nebensächlich bleibt, weil sie von Leibniz „nicht experimentell überprüft“ werde.⁶³ Allerdings betont er Leibniz' grundsätzlich auch akustisch begründete Philosophie.⁶⁴ So erläutert Leibniz mittels des Begriffs der *petits perceptions* eingangs der *Neuen Abhandlungen* die akustische Erfahrung, dass wir das Meeresrauschen als zusammengesetzten Effekt aus vielen einzelnen kleinen Wellen wahrnehmen. Eben jene einzelnen Wellen, die „kleinen Perzeptionen“ blieben jedoch für sich genommen unterhalb der menschlichen Wahrnehmungsschwelle, wir könnten das Meeresrauschen nicht in diese auflösen.⁶⁵ Nach Deleuzes Lesart entspricht Leibniz' Wahrnehmungsmodell weiterhin der Struktur eines unbewusst ablaufenden mechanischen, also algorithmisch beschreibbaren Prozesses:

Es sei das Rauschen des Meeres gegeben: dazu müssen mindestens zwei Wellen als entstehende und heterogene im kleinen perzipiert werden, damit sie in ein Verhältnis treten können, das die Perzeption einer dritten zu bestimmen vermag, die sich gegenüber den anderen „auszeichnet“ und bewußt wird (was impliziert, dass wir uns nahe am Meer befinden). [...] Die makroskopische „gute Form“ hängt immer von mikroskopischen Prozessen ab.⁶⁶

Die für die hiesige Untersuchung interessante Beobachtung aus der Leibniz-Stelle ergibt sich dann, wenn Leibniz' metaphorischer und Fouriers emphatischer Algorithmus anhand ihrer Grundoperation objektorientiert miteinander korreliert werden. Unter dieser Prämisse gelesen funktioniert Leibniz' Beschreibung der menschlichen Wahrnehmung vollständig analog zum zweiten Schritt aus Fouriers Algorithmus, der Multiplikation einer zu untersuchenden Schwingungsfunktion mit Sinusfunktionen: Der wellenförmige, aus kleinsten Perzeptionen zusammengesetzte Sinneseindruck von außen regt das wie eine gespannte Saite vorgestellte menschliche Gehirn zu Oszillationen an, „die sowohl den älteren Falten als auch den neueren [...] angepaßt“ sind. Sowohl die Sinusfunktion in Fouriers Algorithmus als auch die gedachte schwingende Membran bei Leibniz werden in diesem Schritt durch die eintreffende Wellenform modifiziert. Fouriers Algorithmusbeschreibung hat dabei gegenüber Leibniz' sprachlichem Analogiemodell den ausdrücklichen Vorteil, die „Tätigkeit oder Reaktion“ der Gehirnsaite respektive -membran auf Sinneseindrücke mathematisch präzise als Multiplikationsoperation zu benennen.

Von der Multiplikations-Grundoperation in Fouriers Algorithmus ausgehend ist dem medienarchäologischen Blick damit eine interessante neue Perspektive aufgezeigt. Dieser Aus-

veröffentlichung: 2004]. 2. Aufl. Berlin: Akademie, 2008, S. 21.

⁶³ Jens Gerrit Papenburg. „Hörgeräte. Zur Psychomathematik des akroamatischen Leibniz“. In: *Zeitkritische Medien*. Hrsg. von Axel Volmar. Berlin: Kadmos, 2009, S. 367–381, hier S. 373, Anm. 28.

⁶⁴ Vgl. ebd., S. 370.

⁶⁵ Vgl. Leibniz, *Neue Abhandlungen*, S. 10 f. (Vorrede).

⁶⁶ Deleuze, *Die Falte*, S. 144.

gang ist eine Alternative zur klassischen Mediengeschichtsschreibung, der nicht nach den biografischen Ursachen für Fouriers Theorie sucht.⁶⁷ Stattdessen handelt es sich um eine genuin *medienarchäologische* Perspektive: Es wird hier nicht nach dem Ursprung der Multiplikation von Schwingungsfunktionen gesucht, sondern vielmehr ihrem Auftauchen in ganz unterschiedlichen Zusammenhängen nachgespürt, an denen sich das operative Wirken dieser Operation aufzeigen lässt. Dieser methodische Unterschied zwischen Mediengeschichte und Medienarchäologie lässt sich metaphorisch anhand der zwei angedeuteten Lesarten der diskutierten Leibniz-Stelle, der klassisch visuellen und der akustisch erweiterten, noch einmal erläutern: Visuelle Metaphern wie die der Dunkelkammer verleiten wie die klassische Geschichtsschreibung dazu, den Ursprung der Lichtstrahlen aus dem Loch als einem optischen Fluchtpunkt, auf den alle Lichtstrahlen auf der Leinwand hinweisen, in den Vordergrund zu stellen. Die Medienarchäologie interessiert sich hingegen mehr für die zeitkritischen, dynamischen Wechselwirkungen, wie sie bei den Überlagerungen, den Interferenzen von Schwingungen entstehen. Der Unterschied zwischen klassischer Mediengeschichte und Medienarchäologie ist also vergleichbar mit dem Unterschied, der sich zwischen Newtons Korpuskeltheorie des Lichts und der Wellentheorie als Resonanz- oder Schwingungstheorie auftut, wie ihn Euler in seinen *Briefen an eine deutsche Prinzessin* formuliert:

[...] Newton sucht [...] die Ursache [der Farben] in den Strahlen der Sonne, die, nach ihm, aus der Sonne wirklich ausfließen und aus mehr oder weniger feiner Materie bestehen können; [...] Eure Hoheit aber sehen jetzt deutlich ein, daß das Wesen jeder Farbe in einer gewissen Anzahl von Schwingungen bestehe, welche die Theilchen, deren Farbe es ist, in einer Secunde machen.⁶⁸

Die Wellentheorie erklärt weißes Licht „als Mischung aller einfachen Farben“, als dynamische *Mischschwingung* aller sichtbaren Lichtfrequenzen.⁶⁹ Medienarchäologisch präzise benennen lässt sich diese Mischoperation von Schwingungsfunktionen als Grundoperation in Fouriers Algorithmus mit einem Begriff aus dem Vokabular der Nachrichtentechnik, den Kitt-

⁶⁷ Häufig wird Fouriers mehrjähriger Aufenthalt im heißen Wüstenklima Kairos während Napoleons Ägyptenfeldzug als Grund für sein nahezu pathologisches Interesse an der Wärmetheorie angegeben, wonach Fourier seine Pariser Wohnung nach seiner Rückkehr angeblich übermäßig heizen ließ. Berichtet wurde diese Anekdote im Jahr nach Fouriers Tod in einem biografischen Nachruf durch den Philosophen und Kulturtheoretiker Victor Cousin. *Notes Biographiques pour faire suite à l'Éloge de M. Fourier*. Paris: Didot, 1831, S. 42. Sie wurde seitdem in mehreren historisch-biografischen Auseinandersetzungen mit Fouriers Werk wiederholt, z. B. in Eric Temple Bell. *Men of Mathematics*. [Erstveröffentlichung: 1937]. Bd. 1. London: Penguin, 1953, S. 222 f.; Herivel, *Joseph Fourier*, S. 99. Auf diese Stellen bezieht sich auch Siegert, *Passage des Digitalen*, S. 250.

⁶⁸ Leonhard Euler. *Briefe an eine deutsche Prinzessin über verschiedene Gegenstände aus der Physik und Philosophie*. 2. Aufl. Bd. 1. Leipzig: Junius, 1773, S. 92 f. (27. Brief). Vgl. hierzu auch Ernst, *Chronopoetik*, S. 174. Kittler verdeutlicht den gleichen epistemologischen Unterschied anhand von Descartes' und Leibniz' Schall- bzw. Musiktheorie: „Bei Descartes klopft die Musik *in pulsus* – in Schlägen gegen unsere Trommelfelle. Bei Leibniz schwingt uns alles entgegen.“ Kittler, *Und der Sinus wird weiterschwingen*, S. 33.

⁶⁹ Euler, *Briefe an eine deutsche Prinzessin*, S. 96 (28. Brief).

ler während seiner Berliner Vorlesung „Musik und Mathematik“ im Sommersemester 2000 fallen lässt, als er das Leibniz-Zitat in seinen Worten wiedergibt:

Die Seele selber schwingt wie eine Saite, was die aus der Außenwelt stammenden Eindrücke vollkommen modifiziert. Eine Eigenfrequenz der Seele überlagert oder *moduliert*, um es in ebenso musikalischen wie nachrichtentechnischen Begriffen zu sagen, alle Außenweltsignale.⁷⁰

Was Leibniz im Jahr 1704 „angepaßte Oszillation“ und was Fourier um 1807/22 „reduciren“ nennt, wird heute technisch als *Modulation* bezeichnet. Die objektorientierte Verwandtschaft verschiedener medientechnischer Modifikationssysteme, deren gemeinsame Grundoperation die Multiplikation zweier Schwingungen ist, soll im Folgenden anhand zweier weiterer medienarchäologischer Beispiele deutlich gemacht werden. Konkret: in mehreren akustischen Experimentalanordnungen des 19. Jahrhunderts und in den frühen Überlegungen zur drahtlosen Telefonie, die um die Wende zum 20. Jahrhundert auch das Radio hervorbrachten. Im elektrotechnischen Funktionieren historischer Radioempfänger sieht Wolfgang Ernst

eine Art Kurzschluß zwischen aktueller Gegenwart und der Gegenwart der Vergangenheit, die sich in solchen Artefakten verkörpert, unter Umgehung allen Bewußtseins vom historischen Dazwischen. Doch mit einem rein mechanischen Artefakt läßt sich nicht wirklich ein Kurzschluß bilden, dies ist eine Metapher im Unterschied zu elektrotechnischen Objekten. Damit liegt auch die Kluft auf der Hand, welche das Wesen klassisch-archäologischer Objekte von technischen Medien trennt; letztere entbergen ihr Wesen nicht so sehr im Artefakt, sondern im Vollzug.⁷¹

Die bisherige objektorientierte Analyse von Fouriers Algorithmus hat die mathematische Multiplikation zweier Schwingungsfunktionen als eine zentrale Grundoperation offengelegt und mit Leibniz medienarchäologisch einen Vorläufer entdeckt, dessen Überlegung zur Sinneswahrnehmung im menschlichen Gehirn ein funktional vergleichbares Modell darstellt. Damit ist vonseiten der Objektorientierten Ontologie schon einmal eine sprachliche Analogie gefunden, die das Funktionieren der Grundoperation aus Fouriers Algorithmus metaphorisch beschreibt. Laut Bogost ist das Bilden oder Finden von Metaphern der notwendige erste Schritt jeder Objektorientierten Ontologie, denn „*the only way to perform alien phenomenology, is by analogy.*“⁷² Seine Variante der OOO erlaubt Analogien oder Metaphern als erste Annäherung an die Wahrnehmung von Objekten, sofern damit die Wahrnehmungsoperation, die zwei Objekte in Verbindung bringt, als solche charakterisiert wird: „It is not the *objects*’

⁷⁰ Friedrich Kittler. „Musik 11, Berlin SS 2000, 11.07.2000“. #3001.1633740, text/plain (2001-03-18T15:20:13Z). musik11.lat. In: Bestand A:Kittler/DLA Marbach. od001:/usr/usr/ich/lat/musik [od, 56.95 KiB]. Unveröffentlichtes Manuskript zur 11. Sitzung der Berliner Vorlesung „Musik und Mathematik“, gehalten am 11. Juli 2000, Datei vom 18. März 2001, meine Hervorhebung.

⁷¹ Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 346.

⁷² Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 64.

perceptions that we characterize metaphorically, but the *perception* [die Relationsoperation] itself, which recedes just as any other object does.“⁷³

Leibniz' Analogie der Sinneswahrnehmung wird hier in diesem objektorientierten Sinn als Metapher verstanden, die auch darauf hinweist, dass vermeintlich einfache mathematische Modulationsoperationen Nebeneffekte erzeugen. In verschiedenen Kontexten fallen diese Effekte positiv oder negativ auf; im zweiten Fall werden sie Störungen oder Artefakte genannt. Mit erwünschten Effekten oder unerwünschten Störungen wissen Nachrichteningenieure seit Shannons Kommunikationstheorie und Medientheoretiker seit Warren Weavers dazu verfasster Einleitung umzugehen.⁷⁴ Leibniz verweist darauf, dass Sinneseindrücke moduliert, also gestört werden; Fouriers Algorithmus nutzt genau diese Eigenschaft der Multiplikation dazu, einzelne Frequenzkomponenten einer Funktion zu ermitteln. Auf störende Artefakte, die sein Algorithmus auch erzeugt, wurde am Beispiel des Gibbs'schen Phänomens bei der Resynthese der Rechteckwelle hingewiesen. Die beschriebenen Algorithmen und Apparate funktionieren also trotz oder gerade wegen bestimmter Eigenschaften der darin operierenden Modulationen. Auch Bogost weiß um die Gefahr des Metapherneinsatzes für die OOO: „we must take care to avoid taking the constructed metaphor for the reality of the unit operation it traces“.⁷⁵ Um daher nicht bei Leibniz Metaphernmodell stehen zu bleiben, wird im Folgenden zwei praktisch realisierten, rekonstruierbaren, also im besten medienarchäologischen Sinne *operativen* Apparaten nachgegangen. Gezeigt werden soll dabei, dass diese auch als *carpentry* der Modulationsoperation aufgefasst werden können, weil sie verschiedene, zumeist akustische Effekte dieser Operation wahrnehmbar machen.

4.4 Modulationen im Gehör und im Radio

Im Jahr 1843 erscheint Georg Simon Ohms „Definition des Tones“, in der Fouriers Reihentheorem und der entsprechende Algorithmus „[a]ls Mittel der Beurtheilung, ob in einem gegebenen Eindruck [auf das Ohr] die Form $a \cdot \sin 2\pi(mt + p)$ als reeller Bestandteil enthalten

⁷³ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 67.

⁷⁴ Weaver machte in seiner Einleitung zu Claude Shannons *Mathematical Theory of Communication* deutlich, dass „when there is noise, the received signal exhibits greater information [...]. [...] Some of this information is spurious and undesirable and has been introduced via the noise.“ Warren Weaver. „Recent Contributions to the Mathematical Theory of Communication“. [Erstveröffentlichung: 1949]. In: Claude Elwood Shannon und Warren Weaver. *The Mathematical Theory of Communication*. Champaign: University of Illinois Press, 1998, S. 3–28, hier S. 19. Es kommt demnach auf die Definition des „Unerwünschten“ an, das je nach Kontext variieren kann.

⁷⁵ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 72.

sey oder nicht,“ prominent in die Akustik eingeführt wird.⁷⁶ Zu Beginn des 19. Jahrhunderts wird diese Disziplin noch in zwei getrennten Teilgebieten gedacht, „der *physikalischen* und [der] *physiologischen Akustik*“.⁷⁷ Ohms Artikel und vor allem Hermann von Helmholtz’ erstmals 1863 – und bis 1877 in drei weiteren vom Autor überarbeiteten Auflagen – erschienene *Lehre von den Tonempfindungen* trugen maßgeblich dazu bei, diese beiden Forschungsfelder und ihre experimentellen wie analytischen Methoden zusammenzuführen und zu *denken* – nicht zuletzt auch mittels Fouriers Analyseverfahren. So findet sich in Helmholtz’ Buch die Aussage: „Wenn [...] das Ohr im Stande ist, einen [...] Zusammenklang zweier Stimmgabeln aufzulösen, so wird es nicht umhin können, dieselbe Analyse auch auszuführen, wenn dieselbe Luftbewegung durch eine einzige Flöte oder Orgelpfeife hervorgebracht wird.“⁷⁸ Unter Bezugnahme auf Ohms Arbeit erklärt Helmholtz „die Ohren“ also „zu mechanischen Fourieranalysatoren“ – eine These, die mittlerweile zwar physiologisch widerlegt ist, aber dennoch den epistemologisch weitreichenden Einfluss von Fouriers Arbeiten zeigt.⁷⁹

Dass mit Fouriers Reihenalgorithmus auf der objektorientierten Ebene auch dessen Grundoperationen Einzug ins Denken und in die Experimente der Akustik erhielten, darauf verweist noch eine andere Stelle in Helmholtz’ Buch. Konkret untersuchte er beispielsweise „die Störungen des gleichzeitigen Erklingens zweier Töne, nämlich die Combinationstöne und die Schwebungen.“⁸⁰ Die „Combinationstöne“ sind ein akustisches Phänomen, das zur Mitte des 19. Jahrhunderts in seinen Effekten zwar durch Berichte bekannt, allerdings noch nicht wissenschaftlich bestätigt war. Hörbar wird es, „wenn zwei musikalische Töne von verschiedener Höhe gleichzeitig kräftig und gleichmässig anhaltend angegeben werden.“⁸¹ Neben den zwei sehr lauten Tönen erklingen dann nämlich weitere, eben jene *Kombinationstöne*. Sie sind dadurch charakterisiert, dass sie in keinem harmonischen, also keinem ganzzahligen Verhältnis zu den beiden auslösenden Tönen stehen müssen. Weil zunächst angenommen wurde, dass dieses Phänomen ein rein subjektiver, ausschließlich in den Ohren entstehender Effekt sei, machte sich Helmholtz daran, diese Annahme mittels einer für ihn angefertigten „Doppelsirene“, welche die beiden benötigten lauten Töne unterschiedlicher Frequenz erzeugen konnte, zu überprüfen.⁸² Neben der Doppelsirene gehörten zur Experimentalanordnung

⁷⁶ Georg Simon Ohm. „Ueber die Definition des Tones, nebst daran geknüpfter Theorie der Sirene und ähnlicher tonbildender Vorrichtungen“. In: *Annalen der Physik und Chemie* 59.8 (1843). Hrsg. von Johann Christian Poggendorff, S. 513–565, hier S. 519.

⁷⁷ Hermann von Helmholtz. *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*. Braunschweig: Vieweg, 1863, S. 1.

⁷⁸ Ebd., S. 54.

⁷⁹ Kittler, „Real Time Axis, Time Axis Manipulation“, S. 201.

⁸⁰ Helmholtz, *Lehre von den Tonempfindungen*, S. 7.

⁸¹ Ebd., S. 228.

⁸² Eine Beschreibung und Abbildung der Doppelsirene findet sich ebd., S. 241 f.

noch ein paar der ebenfalls von Helmholtz entworfenen Resonatoren. Letztere hatte er für diejenigen Frequenzen ausgewählt, an denen Kombinationstöne erwartet wurden. Denn aus früheren Beschreibungen des Phänomens war bekannt, dass die Frequenzen der entstehenden Kombinationstöne der Differenz und der Summe der Frequenzen der beiden Sirenentöne entsprachen.⁸³

Ließ Helmholtz die Sirene nur einen der beiden Töne erzeugen, hörte er nur diesen und die Resonatoren blieben stumm. Doch sobald beide Töne gleichzeitig erklangen, hörte er die Kombinationstöne nicht nur in seinen eigenen Ohren, sondern auch aus den nun mit-schwingenden Resonatoren. Damit war die physikalische Existenz der Kombinationstöne in der Luftsäule außerhalb seiner Ohren auch objektiv nachgewiesen. Und weil die Resonatoren stumm blieben, „[w]enn dagegen die Erregungsstellen der beiden Töne ganz von einander getrennt sind, und keinen mechanischen Zusammenhang haben, wenn also z. B. zwei Singstimmen, oder zwei einzelne Blasinstrumente oder zwei Violinen den Ton angeben,“⁸⁴ konnte er die physikalischen Bedingungen, unter denen gut hörbare Kombinationstöne entstehen, weiter eingrenzen:

Die Bedingung für ihr Entstehen ist, dass dieselbe Luftmasse von beiden Tönen in heftige Erschütterung versetzt wird. Dies geschieht am stärksten in der mehrstimmigen Sirene, in welcher dieselbe rotierende Scheibe zwei oder mehrere Löcherreihen enthält, die aus demselben Windkasten gleichzeitig angeblasen werden.⁸⁵

Neben einer hohen Lautstärke war also vor allem wichtig, dass durch die zwei Töne „dieselbe Luftmasse“ innerhalb *eines* „Windkastens“, also eines geschlossenen Systems, in Schwingung versetzt wird. In Helmholtz’ Worten wird durch die Löcherreihen der Sirenscheibe dann „nicht ein gleichmässig zufließender Luftstrom entleert, sondern ein Luftstrom, der durch den anderen Ton schon in Schwingung versetzt ist.“⁸⁶ Kombinationstöne entstehen mithin dadurch, dass die Schwingung des eines Tons durch die Schwingungen des anderen beeinflusst oder, modern gesprochen, *moduliert* wird. Nur eine mathematisch explizite Beschreibung dieser Modulation als Multiplikationsoperation blieb Helmholtz noch schuldig.

Diese lieferten weitere Experimente zum Phänomen der Kombinationstöne. Im Juli 1878 berichteten zwei schottische Forscher, Alexander Crum Brown und Peter Tait, in einem kurzen Memorandum vor der *Royal Society of Edinburgh* von ihrem Versuch. Ihr Experiment unterschied sich von Helmholtz’ Aufbau darin, dass sie nicht zwei laute Töne gleichzeitig erzeugten, sondern die Luftschwingungen einer einzelnen Orgelpfeife periodisch unterbra-

⁸³ Vgl. Helmholtz, *Lehre von den Tonempfindungen*, S. 228.

⁸⁴ Ebd., S. 235.

⁸⁵ Ebd., S. 233.

⁸⁶ Ebd., S. 234.

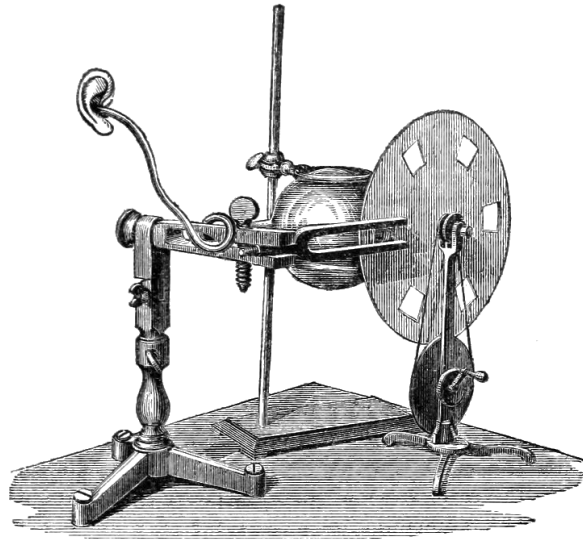


Abbildung 4.6: Mayers Experiment zum Erzeugen von Kombinationstönen. Im Gegensatz zu Crum Browns und Tait's Aufbau wird der Luftstrom des Stimmgabeltons hier nur durch eine einzelne rotierende Lochscheibe unterbrochen.

chen. Dazu nutzten sie zwei Scheiben mit zueinander versetzten Löchern, von denen die eine stillstand, während die andere rotierte, sodass sich die Löcher für die Luftschwingungen der Orgelpfeife periodisch öffneten und schlossen. Einen vergleichbaren Versuchsaufbau hatte der Brite Alfred Mayer drei Jahre zuvor beschrieben (siehe Abbildung 4.6).⁸⁷ Wie Helmholtz und Mayer gingen Crum Brown und Tait davon aus, dass ihre Anordnung „Störungen“ in Form von Kombinationstönen erzeugte, sofern sich die Scheibe schnell genug drehte. Allerdings untermauerten sie diese Annahme mit einer mathematischen Theorie:

Supposing the adjustment perfect, the result should have been the disturbance

$$(1 - \cos mt) \cos nt,$$

or

$$\cos nt - \frac{1}{2} \cos (m + n) t - \frac{1}{2} \cos (m - n) t.$$

Thus, in addition to the tone given by the pipe, there should be two others of the order of summation and difference tones.⁸⁸

Der zweite Term ihrer ersten Formel, $\cos nt$, beschreibt die Schwingung des idealerweise

⁸⁷ Vgl. Alfred Marshall Mayer. „Researches in Acoustics No. VI“. In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 4. Ser. 49.326 (Mai 1875), S. 352–365. URL: <http://www.biodiversitylibrary.org/item/121837> (besucht am 15. 11. 2016).

⁸⁸ Alexander Crum Brown und Peter Guthrie Tait. „On certain Effects of Periodic Variation of Intensity of a Musical Note“. In: *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh* 9.100 (1. Juli 1878), S. 736–737, hier S. 736.

obertonfreien Orgeltens mit der Frequenz nt . Der erste Term $(1 - \cos mt)$ beschreibt die zwei Lochscheiben, deren Löcher sich aufgrund der Rotationsfrequenz mt der einen Scheibe für die Luftsäule öffnen und schließen. Dadurch, dass der Wert der Kosinusfunktion in diesem Fall von 1 subtrahiert wird, ist das Ergebnis des Klammerausdrucks immer positiv, er oszilliert hier zwischen den beiden Spitzenwerten 0 und 2. Dieser Term kann deswegen auch als Intensitätsregler des Orgeltens aufgefasst werden, der dessen Lautstärke periodisch moduliert, indem er mit der Kosinusfunktion des Orgeltens multipliziert wird.

Anschließend stellen Crum Brown und Tait diese Formel noch einmal um. Mathematisch handelt es sich dabei um eine „ordinary trigonometrical transformation“, wie der britische Akustiker John William Strutt Baron Rayleigh in der zweiten Auflage seiner *Theory of Sound* kommentierte.⁸⁹ Diese mathematisch banale Umformung der Multiplikations-Grundoperation erklärt jedoch den Höreindruck, der sich dem Experimentator ergibt:

Standing in front of the openings in the partition, the observer applied a resonator to each ear, and the pipe giving the tone whose number of vibrations was the arithmetical mean of those of the tones of the resonators was sounded on a small organ, and the disc made to rotate with gradually increasing velocity. The resonators were found to be affected simultaneously.⁹⁰

Rayleigh hatte bereits im Sommer 1880 ein vergleichbares Experiment mit elektromagnetisch angeregten Stimmgabeln durchgeführt und damit sowohl Helmholtz' Experimente als auch die mathematische Analyse durch Crum Brown und Tait bestätigt.⁹¹ Des Weiteren brachte er den Unterschied zwischen dem Phänomen der Schwebungen (*beats*), das auch Helmholtz mit den Kombinationstönen verwandt sah, und dem durch Mayer, Crum Brown und Tait beschriebenen Kombinationstoneffekt auf den Punkt. Schwebungen entstehen demnach durch „the superposition of two vibrations of equal amplitude and of nearly equal frequencies“, wodurch sich „a resultant in which the sound rises and falls in beats“ ergibt.⁹² Es ist im Falle einer Schwebung also lediglich ein *einzelner* Ton hörbar, dessen Amplitude periodisch variiert. Mayers sowie Crum Browns und Tait's Experimente lieferten jedoch einen anderen Höreindruck, obwohl ihre Versuchsaufbauten intuitiv das gleiche Resultat erzeugen müssten, da sie explizit einen einzelnen Ton durch periodische Unterbrechungen des Luftstroms in seiner Intensität veränderten. Der beschriebene Höreindruck und die Umformung der Formel nach trigonometrischen Regeln zeigte übereinstimmend „that the intermittent vibration

⁸⁹ John William Strutt Baron Rayleigh. *The Theory of Sound*. [Erstveröffentlichung: 1877]. 2. Aufl. Bd. 1. London und New York: Macmillan, 1894, S. 72.

⁹⁰ Crum Brown und Tait, „Effects of Periodic Variation of Intensity“, S. 736.

⁹¹ Dokumentiert in: John William Strutt Baron Rayleigh. „Acoustical Observations III.“ In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 5. Ser. 9.56 (Apr. 1880), S. 278–283, hier S. 278–280.

⁹² Rayleigh, *Theory of Sound*, S. 71.

in question is equivalent to three simple vibrations of frequencies n , $n + m$, $n - m$. This is the explanation of the secondary sounds observed by Mayer.“⁹³ Und ebenso die Erklärung für die Kombinationstöne bei Helmholtz, Crum Brown und Tait.

Crum Brown, Tait und Rayleigh hatten mit diesen Untersuchungen also das mathematische Gesetz hinter Helmholtz' Theorie der Kombinationstöne ausformuliert: Die akustischen Effekte der Schwebungen und der Kombinationstöne lassen sich durch die Multiplikation zweier sinusförmiger Funktionen erklären. Ein halbes Jahrhundert nach der Publikation von Fouriers *Analytischer Theorie* und angeregt durch dessen Methoden wird so in der Akustik implizit auch diejenige mathematische Grundoperation *experimentell* untersucht, die in Fouriers Algorithmus ein entscheidender Teilschritt zur Bestimmung der harmonischen Koeffizienten einer periodischen Funktion ist, während sie praktisch für einen offenbar viel simpleren Zweck eingesetzt wird.

Die in diesem Kapitel angestrebte Fusion aus Medienarchäologie und Objektorientierter Ontologie zeigte zunächst, dass vermeintlich komplexe mathematische Verfahren wie Fouriers Algorithmus bei weitem nicht lediglich „besondere Rechnungsmethoden“ sind, „welche eine populäre Darstellung nicht erlauben“. ⁹⁴ So wie von Helmholtz behauptet, wären gezielt medienwissenschaftliche Beschäftigungen mit Algorithmen wie die hiesige von vorne herein ausgeschlossen, weil hier nicht strikt und rein mathematisch argumentiert wird. Hier wurde jedoch ganz im Sinne Nick Montforts und Bogosts, gerade *kein mathematisches Handbuch geschrieben*,⁹⁵ sondern auf das Auftauchen der Sinusmultiplikation als Erklärung akustischer Effekte in den Experimentalapparaturen des 19. Jahrhunderts hingewiesen. Auch dieser nicht mathematische, sondern medienarchäologische Weg liefert Erkenntnisse über Fouriers Algorithmus zur Koeffizientenbestimmung. Nachdem er erst einmal in seine drei recht simplen Einzelschritte zerlegt ist, gibt er sich deutlich übersichtlicher als von Helmholtz behauptet.

Anschließend stand einer dieser Schritte im Fokus, die Grundoperation der Multiplikation zweier Schwingungsfunktionen. Um Grundoperationen für eine medientheoretische Analyse greifbar zu machen, plädiert Bogost für die Konstruktion entsprechender *carpentries*: „Like scientific experiments and engineering prototypes, the stuffs produced by carpentry are not mere accidents, waypoints on the way to something else. Instead they are themselves

⁹³ Rayleigh, *Theory of Sound*, S. 72.

⁹⁴ Helmholtz, *Lehre von den Tonempfindungen*, S. 56.

⁹⁵ Die Wahl der Atari VCS als Untersuchungsgegenstand ihrer *platform studies* erläutern sie wie folgt: „It is also relatively simple—we were able to discuss every chip on the board in some detail without producing a technical manual.“ Nick Montfort und Ian Bogost. *Racing the Beam. The Atari Video Computer System*. Cambridge und London: MIT Press, 2009, S. 148.

earnest entries into philosophical discourse.“⁹⁶ Die vorgestellten akustischen Experimente zeigen eine abgewandelte Lesart dieser Aussage auf: Diese Experimente sind ebenso veritable *medienarchäologische Prototypen* für jede heutige *carpentry* der Multiplikation zweier Schwingungsfunktionen. Denn sie machen nicht bloß deutlich, unter welchen Bedingungen Kombinationstöne oder Schwebungen entstehen, sondern ebenso auch die Effekte derjenigen mathematischen Operationen *hörbar*, mit der ihre Theorie schließlich ausformuliert wurde. Verhältnismäßig leicht nachbaubar erlauben sie es dem Experimentierenden, verschiedene Eigenschaften der Multiplikation zweier Schwingungsfunktionen praktisch und operativ nachzuvollziehen. So verstanden hat dieses Kapitel erstens die Stärke *objektnaher* Methoden zum Verständnis algorithmischer Operationen aufgezeigt. Zweitens konnten in der Akustik des 19. Jahrhunderts konkrete, *medienarchäologische Bauanleitungen* für *carpentries* ausgemacht werden, welche die besagte Grundoperation neben ihrer mathematischen Ausformulierung auch als medientheoretische Experimente wahrnehmbar machen können.

Mit den Formeln von Crum Brown und Tait ist spätestens um 1878 die mathematische Gleichung zur nachrichtentechnischen Amplitudenmodulation vollständig ausformuliert. Neben Heinrich Hertz' Nachweis elektromagnetischer Wellen rund zehn Jahre später handelt es sich dabei um *die* wesentliche technische Grundlage respektive Grundoperation des Radios.⁹⁷ Im amplitudenmodulierten Radio findet die Modulationsoperation erstmals ihre massentaugliche, praktische Anwendung, ihre Übertragung von einer Experimentalanordnung in ein hochtechnisches Medium. Im Sinne der hiesigen Argumentation folgt daraus, dass auch jeder amplitudenmoduliert sendende Radiosender als *carpentry* der Multiplikation zweier Wellenfunktionen – einer hochfrequenten Trägerwelle im oberen Kilohertz- bis Megahertzbereich und einem niederfrequenten Nutzsignal – verstanden werden kann. Und jeder AM-Radioempfänger führt das Gegenteil dieser Grundoperation der Fourier-Reihenentwicklung durch: eine Demodulation, die menschlichen Ohren das niederfrequente Audiosignal, das auf der Senderseite als ein Faktor der Multiplikationsoperation einging, wieder hörbar macht. In seiner Umkehrbarkeit der Multiplikationsoperation und sein Zusammenspiel im Medium Radio verweist das Begriffspaar Modulation/Demodulation somit auch auf den bidirektionalen Charakter von Fouriers Verfahren: Eine Schwingungsfunktion lässt sich in ihre Frequenzbestandteile zerlegen und daraus auch wieder resynthetisieren.⁹⁸ Analog dazu wird beim

⁹⁶ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 93.

⁹⁷ Crum Browns und Tait's Formel findet sich heute in allen elektrotechnischen Einführungen zur amplitudenmodulierten Radioübertragung, so z. B. in Paul Horowitz und Winfield Hill. *The Art of Electronics*. [Erstveröffentlichung: 1980]. 2. Aufl. Cambridge u. a.: Cambridge University Press, 1989, S. 894.

⁹⁸ Kittler argumentiert ähnlich metaphorisch: „Die Fourieranalyse hört sozusagen, wie Thomas Pynchon in *Crying of Lot 49* klargemacht hat, in einem einzigen Geigenton die zahllosen, strikt mathematischen Geigen, die alle gleichzeitig perfekte Sinus- und Cosinusschwingungen von verschiedener Tonhöhe produzieren, als ob

AM-Radio das niederfrequente Nutzsignal zum Zwecke der Radioübertragung einer hochfrequenten Trägerwelle aufmoduliert, bevor es auf der Empfängerseite wieder in seine zwei Bestandteile analysiert wird. Die hochfrequente Trägerfrequenz wird durch ein Tiefpassfilter abgeschwächt, sodass nur dessen Amplitudenschwankung, das demodulierte Klangsignal, über die Lautsprecher zu hören ist.

Die populäre Radiogeschichte misst der Erforschung der Modulationsverfahren üblicherweise keine besondere Bedeutung bei. Als die zentralen technischen Entwicklungen auf dem Weg zum Rundfunk gelten vielmehr der schon erwähnte Nachweis der Existenz elektromagnetischer Wellen als physikalischem Trägermedium zwischen 1886 und 1888 durch Heinrich Hertz und die Erfindung geeigneter Sende- und Empfangstechnologien, die an den verschiedenen Patentierungen der Elektronenröhre zwischen 1904 und 1909 durch Ambrose Fleming, Lee de Forest und Robert von Lieben sowie der Erfindung der Rückkopplungsverstärkerschaltung durch Edwin Howard Armstrong und Alexander Meissner im Jahr 1913 festgemacht wird.⁹⁹ Doch die Elektronenröhre und mit ihr realisierte Schaltungen erlauben es nicht nur, die elektromagnetischen Wellen vor ihrem Aussenden respektive nach ihrem Empfangen zu verstärken, sondern sie eben auch zu manipulieren, um ihnen schließlich Sprache oder Musik aufzumodulieren. Wolfgang Hagen bringt es auf den Punkt: „Die Röhre [...] hat die gewöhnliche Wellenmathematik ins Radio einkehren lassen. Damit wurde Altbekanntes wieder wichtig, wie zum Beispiel die klassische Mathematik der analytischen Mechanik.“¹⁰⁰

Spätestens seit der zweiten Auflage von Rayleighs Akustik-Kompandium *Theory of Sound* im Jahr 1894 müsste die Amplitudenmodulationsformel zu dieser „gewöhnlichen Wellenmathematik“ gehören, mithin also „altbekannt“ sein. Doch die selbstreflexive Geschichtsschreibung der ersten Radiopioniere wie beispielsweise Raymond Heising klingt anders. Anlässlich des 50-jährigen Bestehens des amerikanischen *Institute of Radio Engineers* hält dieser fest: „No equation of a modulated wave is found in the literature prior to World War I.“¹⁰¹ Laut Heising gilt unter Radioingenieuren stattdessen John Carson als Erfinder der Amplitudenmodulationsgleichung, die dieser in einer 17-seitigen, am 1. Dezember 1915 eingereichten und gänzlich literaturangabefreien Patentschrift erneut mathematisch herleitet. Rechtlich sichert sein Patent die Einseitenbandmodulation, eine Variante der Amplitudenmodulation. Der erste Satz dieser Schrift zeigt jedoch, dass Carson als Einsatzzweck noch nicht explizit

sie sämtliche Radiosender dieser Erde wären.“ Kittler, „Real Time Axis, Time Axis Manipulation“, S. 197.

⁹⁹ Im Detail beschrieben durch Wolfgang Hagen. *Das Radio. Zur Geschichte und Theorie des Hörfunks – Deutschland/USA*. München: Fink, 2005, S. 3–39; 60–63.

¹⁰⁰ Ebd., S. 63.

¹⁰¹ Raymond Alphonsus Heising. „Modulation Methods“. In: *Proceedings of the IRE* 50.5 (Mai 1962), S. 896–901, hier S. 897.

den Rundfunk vor Augen hatte, der auch in den USA erst in den 1920er Jahren entstand:¹⁰² „This invention relates to a signaling system wherein signals are transmitted by means of a modulated high frequency carrier wave, and more particularly it relates to a wireless telephone system.“¹⁰³ Stattdessen soll seine Erfindung der drahtlosen Telefonie dienen, über deren drahtgebundene Variante Carsons Arbeitgeber, die *American Telephone and Telegraph Company* (AT&T), im Jahr 1915 das US-Monopol besaß.¹⁰⁴

Dieser Hinweis auf die Telefonie erlaubt es, den hier mittels Kittlers Modulationsbegriff medienarchäologisch aufgespannten Bogen über drei Jahrhunderte, von Leibniz' resonierender Saitenmetapher über Fouriers Analysealgorithmus und die akustischen Experimente des 19. Jahrhunderts, mit der *implementierten* Nachrichtentechnik des amplitudenmodulierten Radios abzuschließen. Denn es waren Telefonpioniere, die die Experimente der Akustiker aufgriffen und in ihren elektrischen Telefonsystemen implementierten.¹⁰⁵ Ein paar Sätze nach Heising's erster Behauptung, die Amplitudenmodulationsgleichung tauche vor dem Ersten Weltkrieg in der Literatur nicht auf, fällt doch noch Rayleighs Name: „Dr. G. A. Campbell (A. T. & T. Company) believed their knowledge [das Wissen der bei AT&T angestellten Ingenieure] was derived from mathematical expressions in Rayleigh's 'Theory of Sound' involving periodically interrupted sound tones.“¹⁰⁶ Zumindest im AT&T-internen Diskurs war das Wissen der Akustik des 19. Jahrhunderts über Multiplikationen von Wellenfunktionen also bekannt. Der akustische Effekt, der bei Crum Brown und Tait noch als „disturbance“, als Störung galt, wird so in den Überlegungen und Experimenten von Telefoningenieuren am Ende des 19. Jahrhunderts zunächst diagrammatisch und schließlich medientechnisch als Amplitudenmodulation operativ.

Fourier hatte die Einzelschritte seines Algorithmus in seinem Manuskript von 1807, neben schriftlichen Erläuterungen und mathematischen Formeln, auch diagrammatisch visualisiert.¹⁰⁷ Die erste explizite Visualisierung dieser Grundoperation als Amplitudenmodulation

102 Vgl. dazu z. B. Hagen, *Das Radio*, S. 191 ff.

103 John Renshaw Carson. „Method and Means for Signaling With High Frequency Waves“. US-Pat. 1 449 382. 27. März 1923, S. 1.

104 Zur Entstehung des US-Telefonmonopols bei AT&T, vgl. z. B. das Kapitel „Perceptual Techniques“ in Jonathan Sterne. *MP3. The Meaning of a Format*. Durham und London: Duke University Press, 2012, S. 32 ff., bes. S. 40–55. Sterne untersucht darin die Einflüsse (psycho-)akustischer Forschungen seit Helmholtz auf den US-Telefonmarkt als Vorgeschichte der Entwicklung des MP3-Formats.

105 Dass die amerikanischen Erfinder Alexander Graham Bell und Thomas Alva Edison Helmholtz' *Lehre von den Tonempfindungen* gelesen hatten, belegen z. B. David Gordon Tucker. „The Early History of Amplitude Modulation, Sidebands and Frequency-Division-Modulation“. In: *The Radio and Electronic Engineer* 41.1 (Jan. 1971), S. 43–47, hier S. 44; Hagen, *Das Radio*, S. 4.

106 Heising, „Modulation Methods“, S. 897.

107 Siehe z. B. Abbildung 4.2 oben. Bemerkenswerterweise fehlen in der Buchversion von 1822 die meisten seiner Diagramme aus dem Manuskript von 1807.

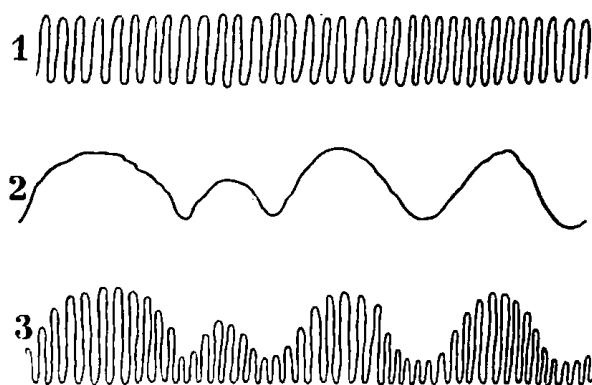


Abbildung 4.7: Leblancs Amplitudenmodulationsdiagramm.

nach Fouriers Diagrammen tauchte im Zuge der Überlegungen zur Radiotelefonie auf. Der französische Telefoningenieur Maurice Leblanc ließ das Diagramm in Abbildung 4.7 im Jahr 1886 in seinem Artikel über mögliche Verfahren der Multiplextelefonie abdrucken. Denn auch drahtgebunden kann die Amplitudenmodulation genutzt werden, um mehrere Gespräche über eine Telefonleitung zu übertragen. Sein System gleicht Rayleighs Versuchsaufbau zum Hörbarmachen von Kombinationstönen von 1880.¹⁰⁸ Leblanc sieht lediglich noch eine Art magnetomechanisches Mikrofon und einen Resonanzkasten als Lautsprecher vor, um ihn in ein amplitudenmoduliertes Telefonsystem zu überführen. Der Graph 1 seines Schwingungsdiagramms stellt die Oszillation einer hochfrequenten, elektromagnetisch angeregten Stimmgabel und die Kurve 2 das niederfrequente Sprachsignal dar. Im dritten Graph versucht sich Leblanc an der Darstellung der resultierenden Amplitudenmodulation. In seinen Worten „wird die Amplitude [von Nr. 1] in jedem Moment proportional zur Intensität des magnetischen Feldes, das heißt zur Ordinate von Kurve Nr. 2.“¹⁰⁹

Tatsächlich als *Modulation* ausgesprochen und implementiert wird diese operative Modifikation einer Trägerwelle durch ein niederfrequentes Sprachsignal jedoch erst in den ersten praktischen Experimenten zur Radiotelefonie, die vom Kanadier Reginald Fessenden zum Jahreswechsel 1906/1907 noch ohne Verstärkerröhre durchgeführt wurden. Dabei musste das Mikrofon noch die volle Leistung des Sendekreises aushalten können:

¹⁰⁸ Vgl. Rayleigh, „Acoustical Observations“, S. 280, Abb. 1.

¹⁰⁹ Maurice Leblanc. „Étude sur le téléphone multiplex“. In: *La Lumière Électrique* 20.16 (17. Apr. 1886), S. 97–102. URL: <http://cnum.cnam.fr/redir?P84.20> (besucht am 15.11.2016), hier S. 99, meine Übersetzung. Im Original: „[...] l’amplitude de chaque onde sera proportionnelle, à chaque instant, à l’intensité du champ magnétique, c’est-à-dire à l’ordonnée correspondante de la courbe n° 2.“ Dass die Amplitude hier fälschlicherweise nur in den positiven Halbwellen moduliert wird, könnte ein Hinweis darauf sein, dass Leblanc den Effekt nur diagrammatisch konstruieren, aber nicht praktisch mit einem elektronischen Oszillographen beobachten konnte, da die Braun’sche Röhre erst 1897 erfunden wurde.

The difficult problem in wireless telephony is, of course, the modulation of the large amount of energy used for transmission. Where a carbon transmitter is used for this purpose, an ordinary transmitter will not sufficiently modulate more than half an ampere of current, and even with special transmitter buttons, $2\frac{1}{2}$ amperes seems to be about the limit.¹¹⁰

Der epistemologische Kurzschluss, der auch den Radioingenieuren aufgehen lässt, dass in ihren Sendern Multiplikationsoperationen stattfinden, erfolgt erst mit Carsons Patent oder medienarchäologisch präzise, mit der tatsächlichen Konstruktion der darin vorgestellten, ausschließlich röhrenbasierten Modulationsschaltungen. Mathematisch analysiert führen jedoch bereits alle Vorgängerexperimente Multiplikationen von Trägerwelle und Nutzsignal durch, wie heutige Handbücher zur Elektronik bestätigen:

It is not necessary to form an accurate analog product in order to mix two signals. In fact, any nonlinear combination of the two signals will produce sum and difference frequencies. [...] or instance, a „square-law“ [...] is the sort of nonlinearity you would get (roughly) by applying two small signals to a forward-biased diode. Note that you get harmonics of the individual signals, as well as the sum and difference frequencies. The term „balanced mixer“ is used to describe a circuit in which only the sum and difference signals, not the input signals and their harmonics, are passed through to the output. The four-quadrant multiplier is a balanced mixer, whereas the nonlinear diode is not.¹¹¹

Carsons Erfindungen von 1915 sind Röhrenschaltungen, weil diese nicht nur das von Fessenden beschriebene elektrische Leistungsproblem durch elektronische Verstärkung, sondern auch das Modulationsproblem einer möglichst störungs- und das heißt in diesem Fall weitestgehend *obertonfreien* elektronischen Multiplikation lösen. Im Laufe des 19. Jahrhunderts hatten Akustiker ein breites Arsenal an Apparaten entwickelt, um akustische Effekte hör- und messbar zu machen: Sirenen, Resonatoren und elektromagnetisch angeregte Stimmgabeln. Mittels verschiedener Anordnungen dieser Apparate, die hier als *medienarchäologische carpentry* vorgestellt wurden, wurde die Modulationsgleichung in den Experimenten von Helmholtz bis Rayleigh als akustischer Effekt hörbar. Durch die Elektronenröhre gelangt die Amplitudenmodulation schließlich als operative Medienfunktion zum weltweiten Einsatz. Im amplitudenmodulierten Radio auf Röhrenbasis ist Fouriers Diagramm von 1807 damit operativ instanziiert und zwar „als Medienphysik. Hier wird nicht mehr durch einen Graph ein physikalischer Vorgang schlicht veranschaulicht, sondern vollzogen.“¹¹² Für Kittler steht „[i]m Herzen aller neuzeitlichen Musik [...] die[...] Sinus- bzw. Kosinusfunktion als

¹¹⁰ Reginald Aubrey Fessenden. „Wireless Telephony“. In: *The Electrical Review* 60.1525 (15. Feb. 1907), S. 251–253, hier S. 251. Dass in diesem Artikel der Modulationsbegriff das erste Mal im Zusammenhang mit der beschriebenen Multiplikationsoperation verwendet wird, vermutet Heising, „Modulation Methods“, S. 896.

¹¹¹ Horowitz und Hill, *Art of Electronics*, S. 886.

¹¹² Wolfgang Ernst. *Transitive Diagrammatik. Operative Materialität des Wissens, harte Wissenschaft des Technomathematischen*. Teilweise redigierte Vortragsversion zum Workshop *Operative Diagrammatik*, HU Berlin,

die Schwingungsfunktion selber.“¹¹³ Dank des Begriffs der Grundoperation und der Methode der *carpentry* aus der Objektorientierten Ontologie wurde in diesem Kapitel die Modulationsoperation als operatives Herz sowohl in Fouriers Algorithmus, in den Experimenten der Akustik als auch in den Schaltungen des amplitudenmodulierten Radios aufgedeckt. Medienarchäologisch zusammengefasst erlaubt die Multiplikation von Sinuswellen damit nicht nur die Analyse harmonischer Anteile einer beliebigen periodischen Funktion, sondern elektronisch implementiert in Form des AM-Radios auch ihre technische Übertragung, eine genuine Medienoperation also.

Seminar für Medienwissenschaft (o.D.). URL: <https://www.medienwissenschaft.hu-berlin.de/de/medienwissenschaft/medientheorien/texte-zur-medienarchaeologie/sciencedure-reif.pdf> (besucht am 15. 11. 2016).

113 Kittler, *Und der Sinus wird weiterschwingen*, S. 32.

5 Die schnelle Fourier-Transformation

Heutige Einführungen zur *schnellen* Fourier-Transformation beginnen häufig mit Sätzen wie den folgenden: „The *Fast* Fourier Transform is literally just a *faster* version of the *Discrete* Fourier Transform.“¹ Und: „Zweifelsohne benötigte man Verfahren zur Reduzierung der Rechenzeit der diskreten FOURIER-Transformation“.² Zunächst verdeutlichen diese Sätze, welche Variante der Fourier-Transformation üblicherweise auf Digitalcomputern implementiert wird, nämlich die *diskrete* Fourier-Transformation (DFT). Algorithmen zur Berechnung einer DFT unterscheiden sich von der im vorigen Kapitel behandelten klassischen Fourier-Reihe dadurch, dass die zu untersuchende Funktion nicht mehr als *kontinuierliche analytische Gleichung* $f(t)$ behandelt, sondern als *endliche Liste diskreter Funktionswerte* betrachtet wird. Um auf diesen Unterschied hinzuweisen, wird ein diskreter Funktionswert x zum ebenfalls diskreten Zeitpunkt t in der DFT-Formel häufig mit x_t , anstatt mit $f(t)$ angegeben. Die zwei Formeln zur Berechnung des Koeffizienten $F(f)$ einer klassischen Fourier-Reihe und des entsprechenden Koeffizienten $X(f)$ einer DFT seien hier zur Verdeutlichung der Gemeinsamkeiten und Unterschiede noch einmal gegenübergestellt:³

$$F(f) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cdot [\cos(2\pi ft) - i \sin(2\pi ft)] dt$$
$$X(f) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} x_t \cdot \left[\cos\left(\frac{2\pi ft}{N}\right) - i \sin\left(\frac{2\pi ft}{N}\right) \right]$$

Deutlich sichtbar ist an den zwei Formeln, dass die Modulation, die im vorigen Kapitel als zentrale Grundoperation des Fourier-Reihenalgorithmus herausgearbeitet wurde, in der DFT

¹ Jack Schaedler. *Seeing Circles, Sines, and Signals. A Compact Primer on Digital Signal Processing*. 20. Jan. 2016. URL: <http://jackschaedler.github.io/circles-sines-signals> (besucht am 15. 11. 2016), Kapitel „Using FFT Libraries“.

² Brigham, *FFT*, S. 21.

³ Für die Fourier-Reihenformel, vgl. ebd., S. 97, Gl. (5–11); für die DFT-Formel, vgl. Zonst, *Understanding the FFT*, S. 53, Gl. (4.1). Beide Formeln werden meist in der heute üblichen komplexen Schreibweise angegeben. Um die in der Formel operierenden Sinus- und Kosinusfunktionen hervorzuheben, wurden die Gleichungen entsprechend der Euler'schen Formel, $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, umgestellt sowie die Variablennamen vereinheitlicht.

ebenso als Multiplikationsoperation am Werk ist. Doch stechen auch sofort Unterschiede ins Auge. So wird bei einer DFT der dritte Schritt des Fourier-Reihenalgorithmus, die Integration, durch ein einfaches Aufsummieren aller mit den entsprechenden Sinus- und Kosinuswerten multiplizierten Listenwerte ersetzt. Die endliche Anzahl N der Listenwerte impliziert darüber hinaus, dass sich bei einer DFT auch nur N Koeffizienten berechnen lassen. Daraus folgt, dass bei der diskreten Fourier-Synthese die gleiche Zahl harmonischer Anteile aufsummiert werden muss. Alle diese Aspekte der DFT sind vorteilhaft für eine Ausführung auf real existierenden Digitalcomputern, wo im Gegensatz zur idealen Turingmaschine nur ein begrenzter Speicherplatz zur Verfügung steht, was das Integrieren unendlich vieler Koeffizienten wie bei einer Fourier-Reihe unmöglich macht.⁴

Die eingangs zitierten Aussagen deuten jedoch auch an, dass eine solche DFT, wenn sie naiv nach der angegebenen Formel auf einem Digitalcomputer implementiert und ausgeführt wird, offenbar Probleme zeitkritischer Art bereitet, sodass die Entwicklung eines schnelleren Alternativ-Algorithmus, eben einer *Fast Fourier Transform* (FFT) nötig war. Diese Beobachtung erfolgte jedoch nicht erst mit dem Aufkommen des elektronischen Digitalcomputers im 20. Jahrhundert. Bereits im 19. Jahrhundert klagten Mathematiker und Physiker über die langwierigen Berechnungen, die eine an einem praktischen Problem durchgeführte Fourier-Analyse mit sich bringt. Im Folgenden werden zwei Beispiele vorgestellt, die zwei unterschiedliche Lösungsansätze darstellen, diese zeitaufwendige Rechenarbeit zu verkürzen.

Da ist zum einen der Physiker Albert Michelson, der zusammen mit seinem Mitarbeiter Samuel Stratton im Jahr 1898 einen Artikel im *American Journal of Science* veröffentlichte, welcher mit den folgenden Worten beginnt:

Every one who has had occasion to calculate or to construct graphically the resultant of a large number of simple harmonic motions has felt the need of some simple and fairly accurate machine which would save the considerable time and labor involved in such computations.⁵

Ihr Artikel beschreibt die Konstruktion und Operation einer solchen Maschine, einem „Harmonischen Analysator“ (*Harmonic Analyzer*), der sowohl zur Fourier-Analyse wie auch zur Fourier-Synthese mit je bis zu 80 Koeffizienten verwendet werden kann. Wie Abbildung 5.1

⁴ Am Ende von Kapitel 4.2 wurde in Anmerkung 53 (S. 55) bereits auf Dmitry Melkonians Algorithmus zur „Numerical estimation of Fourier integrals“ auf Digitalcomputern hingewiesen. Auch wenn damit beliebige, unendliche Fourier-Integrale gelöst werden können, handelt es sich bei solchen Algorithmen stets, wie der Name sagt, um *numerische* Verfahren, die in endlichen Schritten und mit endlicher Genauigkeit eine Näherungslösung liefern. Wenn ein Integral nicht analytisch lösbar ist, kann es auch auf einem Digitalcomputer nur angenähert werden, wohl aber mit beliebiger Genauigkeit.

⁵ Albert Abraham Michelson und Samuel Wesley Stratton. „A new Harmonic Analyzer“. In: *American Journal of Science*. 4. Ser. 5.25 (Jan. 1898), S. 1–13. URL: <http://www.biodiversitylibrary.org/item/124698> (besucht am 15. 11. 2016), hier S. 1.

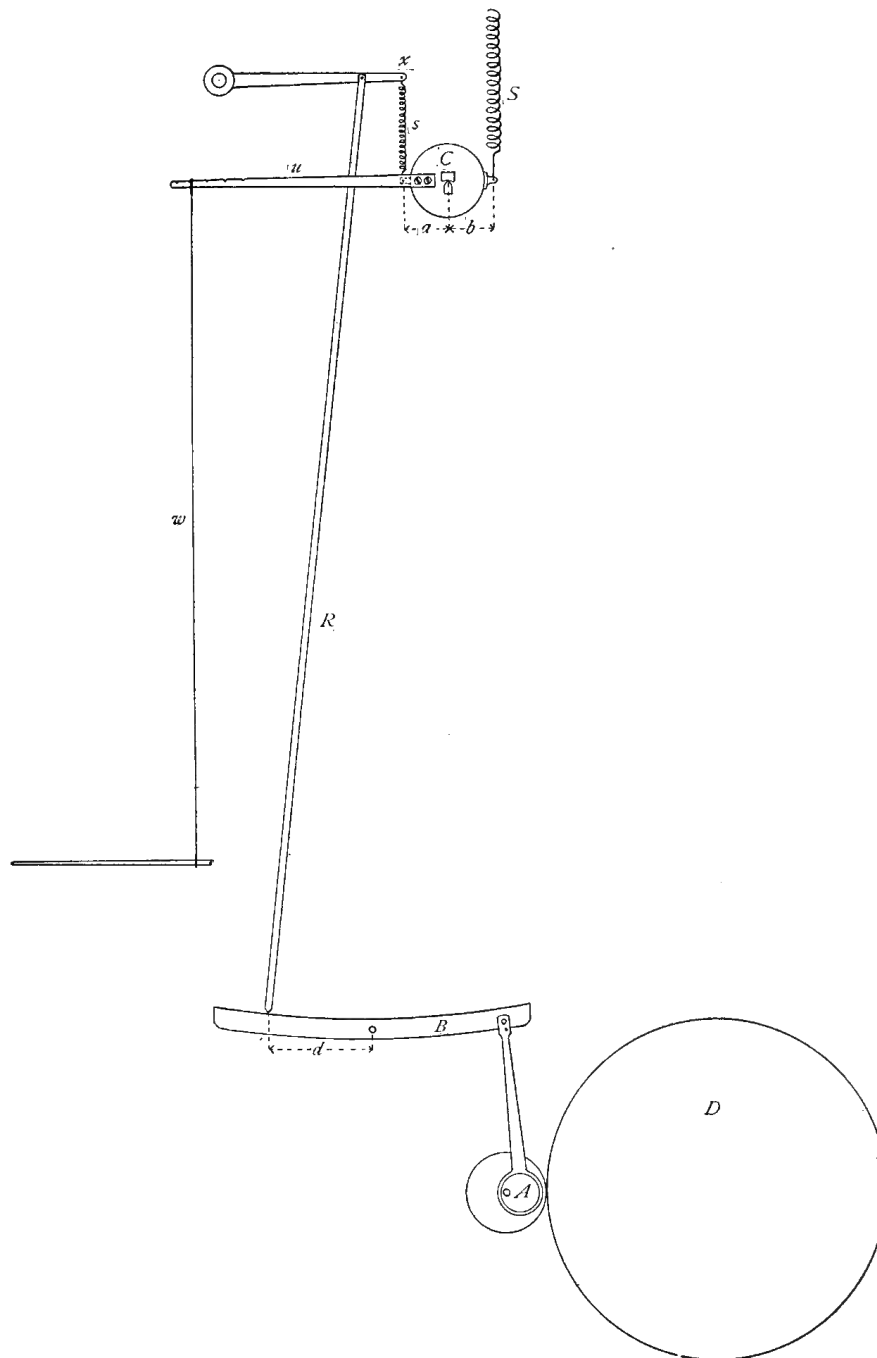


Abbildung 5.1: Schematische Zeichnung einer der 80 Mechaniken zum Berechnen je eines Fourier-Koeffizienten aus Michelsons und Strattons Analogrechner.

zeigt, entwarfen sie einen mechanischen Analogrechner, der die mathematischen Grundoperationen der Fourier-Reihenanalyse – die Multiplikation der zu untersuchenden Funktion mit einer Sinusfunktion sowie die anschließende Integration des Ergebnisses – über *mechanische Analogien* aus Zahnrädern, Hebeln, Stangen und Federn nachbildete:⁶

s is one of eighty small springs attached side by side to the lever *C*, [...]. *S* is the large counter-spring. The harmonic motion produced by the excentric *A*, is communicated to *x* by the rod *R* and lever *B*, the amplitude of the motion at *x* depending on the adjustable distance *d*. The resultant motion is recorded by a pen connected with *u* by a fine wire *w*. Under the pen a slide moves with a speed proportional to the angular motion of the cone *D*. [...]

To represent the succession of terms of a Fourier series the excentrics have periods increasing in regular succession from one to eighty. This is accomplished by gearing to each excentric a wheel, the number of whose teeth is in the proper ratio. These last are all fastened together on the same axis and form the cone *D*.⁷

Erneut lässt sich hier in einem medienarchäologischen Artefakt die Beschreibung einer *carpentry* im Sinne Bogosts erkennen, die nun nicht mehr nur die Grundoperation der Modulation, sondern den gesamten Algorithmus in mechanische Operation versetzt. Im Vollzug erlaubt diese Maschine, den einzelnen Bestandteilen von Fouriers Reihenalgorithmus buchstäblich bei der Arbeit zuzusehen.⁸

Dabei wird die Arbeit, die menschliche Operatoren beim Ermitteln von Fourier-Koeffizienten durchführen müssen, durch diese Maschine auf das Einstellen der entsprechenden Anzahl an Funktionswerten durch proportionales Auslenken der Stangen *R* über den Hebeln *B* reduziert. Der Zeitaufwand der eigentlichen Berechnung besteht darin, dass solange an einer Kurbel gedreht werden muss, bis der Schlitten mit einem Papierbogen unter dem durch den Rechenmechanismus ausgelenkten Stift vorbeigezogen ist. Die Maschine hat dann, je nach Modus, entweder aus einer Anzahl an harmonischen Koeffizienten eine Funktion synthetisiert oder einen Graphen erzeugt, aus dem sich die Koeffizienten einer Fourier-Analyse ermitteln lassen.

Die Operation, die Michelsons und Strattons Analogrechner durchführt, weist damit er-

⁶ Bernd Ulmann schreibt daher am Beginn seines Buchs über Analogrechner auch, dass „eigentlich anstelle von *Analogrechnern* von *Analogierechnern* gesprochen werden“ müsste. Bernd Ulmann. *Analogrechner. Wunderwerke der Technik – Grundlagen, Geschichte und Anwendung*. München: Oldenbourg, 2010, S. 6.

⁷ Michelson und Stratton, „A new Harmonic Analyzer“, S. 3 f.

⁸ Dieses Argument kann anhand der YouTube-Videoserie und dem begleitenden Bildband über Michelsons und Strattons Analogrechner nachvollzogen werden, die der *Engineer Guy* alias Bill Hammack veröffentlichte, vgl. Bill Hammack. „Albert Michelson’s Harmonic Analyzer. Video Series“. In: *Engineer Guy* (13. Nov. 2014). URL: <https://www.youtube.com/playlist?list=PL0INsTTU1k2UY09Mck-i5HNqGNW5AeEwq> (besucht am 15. 11. 2016); Bill Hammack, Steve Kranz und Bruce Carpenter. *Albert Michelson’s Harmonic Analyzer. A Visual Tour of a Nineteenth Century Machine that Performs Fourier Analysis*. Articulate Noise Books, 2014, hier besonders die Abbildungen auf S. 7 und S. 9, die jedem Formelsymbol einen entsprechenden Teil der Maschine zuordnen.

neut auf den bidirektionalen und gleichzeitig eigenartig hybriden Charakter einer mechanisierten harmonischen Analyse mittels Fourier-Reihen hin. Im Synthesemodus entspricht der Graph, den die Maschine produziert, exakt der Annäherung an die Originalfunktion, die mit der gegebenen Anzahl an Koeffizienten möglich ist – alle Artefakte wie das Gibbs-Phänomen eingeschlossen. Im Analysemodus hingegen ergibt sich noch ein anderer Effekt. Hier muss neben den Eigenschaften des Algorithmus auch die Konstruktion der Analogiemaschine berücksichtigt werden, wie Michelson und Stratton in ihrer Beschreibung erläutern:

The curve thus obtained for a_k is a *continuous* function of k which approximates to the value of the integral as the number of elements increases. To obtain the values corresponding to the coefficients of the Fourier series, the angle $\theta = \pi$, or the corresponding distance on the curve, is divided into m equal parts.⁹

Der klassische, im vorigen Kapitel beschriebene Algorithmus multipliziert im Idealfall die kontinuierliche, analytische Funktionsgleichung mit den Sinus- oder Kosinusfunktionen, um wiederum eine analytische, integrierbare Funktion zu erhalten. Fourier wies für die Fälle, in denen dies nicht möglich ist, auf eine diskontinuierliche Näherungslösung hin, die er in seinem Manuskript von 1807 mittels grafischer, diagrammatischer Zeichnungen erläuterte.¹⁰ Ähnlich zu Fouriers geometrisch proportionalem Multiplizieren diskreter Funktionswerte mit diskreten Sinusfunktionswerten, die anschließend möglichst genau miteinander verbunden werden müssen, um das Integral grafisch zu approximieren, operiert auch Michelsons und Strattons Maschine. Weil die zu untersuchende Funktion hier über die maximal zur Verfügung stehenden Koeffizientenmechanismen in *diskreten Funktionswerten* – in heutiger Terminologie also in *samples* oder Abtastwerten – eingegeben werden muss, kann das Integral, das einen korrekten Koeffizientenwert ergäbe, wiederum nur *näherungsweise* ermittelt werden. Die Maschine erzeugt jedoch auch im Analysemodus einen *kontinuierlichen* Graphen. Dieser ist selbst eine Annäherung an das kontinuierliche Fourier-Integral, muss jedoch – zur Ermittlung diskreter, harmonischer Reihen-Koeffizienten – wiederum in gleichmäßige Abstände aufgeteilt, also diskretisiert abgetastet werden: „The required coefficients are then proportional to the ordinates at these divisions.“¹¹

Mechanische Analogrechner, wie der hier vorgestellte, können damit auf der einen Seite als durchaus praktikable Apparate für eine *carpentry* von Algorithmen gelten, da sie die darin vollzogene Mathematik wie die Koeffizientenbestimmung einer Fourier-Reihe auf der Ebene ihrer Grundoperationen im Vollzug beobachtbar machen können. Ähnlich plädiert

⁹ Michelson und Stratton, „A new Harmonic Analyzer“, S. 10.

¹⁰ Siehe Fouriers Zitate in Kapitel 4.2 oben auf S. 50 und S. 51.

¹¹ Michelson und Stratton, „A new Harmonic Analyzer“, S. 10.

auch Ernst aus der Perspektive der Medienarchäologie für den elektronischen Analogcomputer: „Zur ausdrücklichen Denkschule wird der Analogrechner, indem er das ‚dynamische Denken‘ massiert – als die (im Sinne McLuhans) eigentliche Botschaft des Mediums.“¹² Allerdings weisen solche Analogrechner in den Eigenschaften ihrer materiellen Konstruktion erneut auf das bereits diskutierte Problem von Analogien und Metaphern hin.¹³ Die Fourier-Analyse erzeugt aus einer *kontinuierlichen* Funktion *diskrete* harmonische Koeffizienten, die Fourier-Synthese aus den *diskreten* Koeffizienten wieder eine *kontinuierliche* Funktion. Michelsons und Strattons Maschine liefert hingegen in beiden Modi aus *diskreten Abtastwerten* *kontinuierliche Graphen*. Für menschliche Operatoren kann es als Manko der Maschine, als ihr Artefakt verstanden werden, wenn die bei einer harmonischen Analyse erwarteten diskreten Koeffizientenwerte erst aus den Ordinatenwerten des von der Maschine produzierten Graphen an äquidistanten Punkten abgetragen werden müssen.

Ernsts Medienarchäologie liefert einen Begriff, mit der dieses Maschinenartefakt epistemologisch fruchtbar gemacht werden kann. Passenderweise am elektronischen Analogcomputer erläutert Ernst den Begriff der Eigenzeit der Maschine respektive der *Maschinenzeit*: „Mit solcher Maschinenzeit hebt sich eine medientechnische Eigenzeit von der unterstellten makrophysikalischen Zeit ab, als ein Subsystem mit Eigenzeit.“¹⁴ Er weist damit zunächst darauf hin, dass in elektronischen Analogcomputern die Rechenzeit als unabhängige Variable von der physikalischen Zeit des simulierten Systems abgekoppelt werden kann, die „Maschinenzeit t^* im Unterschied zur sogenannten ‚Problemzeit‘ t .“¹⁵ Aufgrund dieses besonders zeitkritischen Charakters sind Analogrechner laut Ernst „zum Einen (elektro-)physikalische Materialitäten in der Zeit, stellen aber zugleich einen Chronokosmos nach eigenem, eigenzeitlichem Recht dar.“¹⁶ Die Eigenzeit des Analogrechners verweist also immer auch auf die materiellen Eigenschaften der jeweils in Vollzug gesetzten Analogien, auf ihre Effekte und Artefakte. Auch Harman beschreibt die „Zeit [...] als Konflikt zwischen einem sinnlichen Objekt und seinen zahlreichen schillernden Eigenschaften“, sie ist für ihn „das Wesen der Wahrnehmung“.¹⁷ Mit seinem Begriff der Objektwahrnehmung beschreibt er weiter den grundsätzlich reduzierenden, verzerrenden Charakter von in der Zeit ablaufenden Objekt-Objekt-Relationen.¹⁸ In diesem Sinne objektorientiert gewendet lässt sich Ernsts Begriff der Maschinenzeit als die medienarchäologische Variante von Harmans Objektwahrnehmung

¹² Ernst, *Chronopoetik*, S. 338.

¹³ Siehe das Zitat von Ernst in Kapitel 4.3 oben auf S. 60.

¹⁴ Ernst, *Chronopoetik*, S. 334.

¹⁵ Ebd.

¹⁶ Ebd., S. 332.

¹⁷ Harman, *Vierfaches Objekt*, S. 128.

¹⁸ Siehe auch die Diskussion von Harmans Konzepten in Kapitel 3 oben ab S. 21

verstehen. Gegenüber Harmans hat Ernsts Begriff der medientechnischen Eigenzeit jedoch den Vorteil, gerade die spezifisch materiellen Eigenschaften der verwendeten Metaphern respektive der als *carpentry* konstruierten Analogiemaschinen zu betonen. Die Eigenzeit als medientheoretischer Begriff – anstelle der Eigenschaften – charakterisiert also objektorientiert, aber vor allem medienarchäologisch präzise die Fähigkeiten und Effekte, die Michelson und Stratton ihrem Analogrechner abschließend zuschreiben:

It appears, therefore, that the machine is capable of effecting the integration $\int \varphi(x) \cos kx \, dx$ with an accuracy comparable with that of other integrating machines; and while it is scarcely hoped that it will be used for this purpose where great accuracy is required, it certainly saves an enormous amount of labor in cases where an error of one or two percent is unimportant.¹⁹

Dieses erste historische Beispiel einer Beschleunigung der Fourier-Transformation beruht demnach auf ihrer mechanisierten Ausführung ohne wesentliche Änderungen an den Grundoperationen des Algorithmus. Mit dem heute unter dem Kürzel FFT bekannten schnellen Algorithmus hat Michelsons und Strattons Analogrechner jedoch keine Gemeinsamkeiten.

5.1 Algorithmische Beschleunigungen

Ganz im Gegenteil zu einem Verfahren des Mathematikers Carl Friedrich Gauß. Im Jahr 1805, also ein knappes Jahrhundert vor Michelsons und Strattons Maschine und etwa zeitgleich zu Fouriers Arbeiten, schrieb Gauß einen Aufsatz, der jedoch erst 1866 posthum im dritten Band seiner *Werke* veröffentlicht wurde. Der Titel dieser auf Neulatein verfassten Arbeit verrät, dass darin eine „*Interpolationis Methodo Nova*“, eine neue Interpolationsmethode, vorgestellt wird.²⁰ Denn in den Jahren vor 1805 war Gauß damit beschäftigt, aus den in astronomischen Zeitschriften publizierten Beobachtungen des Zwergplaneten Ceres und des Asteroiden Pallas – die 1801 und 1802 entdeckt worden waren – ihre jeweiligen Umlaufbahnen zu interpolieren, damit ihr Wiederauffinden gesichert werden konnte.²¹ Seine Aufgabe bestand also darin, zu den diskreten Sichtungen der Himmelskörper möglichst genaue, kontinuierliche Funktionen zu finden, mit denen sich ihre zukünftigen Positionen am Nachthimmel voraussberechnen lassen.

¹⁹ Michelson und Stratton, „A new Harmonic Analyzer“, S. 13.

²⁰ Carl Friedrich Gauß. „Nachlass. Theoria Interpolationis Methodo Nova Tractata“. In: Ders. *Werke*. Bd. 3. Verfasst um 1805. Göttingen: Königliche Gesellschaft der Wissenschaften, 1866, S. 265–330.

²¹ Eine knappe Zusammenfassung der historischen Ereignisse findet sich in Maarten Bullynck. „Rechnen mit der Zeit, Rechnen gegen die Zeit. F. X. von Zachs ‚Archiv der Beobachtungen‘ und C. F. Gauß’ Rechnung per rückkehrender Post (1800–1802)“. In: *Zeitkritische Medien*. Hrsg. von Axel Volmar. Berlin: Kadmos, 2009, S. 177–193, hier Kapitel 2 „Wissen organisieren, Wissen berechnen“, S. 182–187.

Gauß konnte dabei auf mehrere Vorarbeiten zurückgreifen. So beschrieb der Mathematiker Alexis-Claude Clairaut schon 1754 ein entsprechendes Verfahren, mit dem er die elliptische – und das heißt *periodische* – Planetenbahn der Venus anhand einzelner Beobachtungen ermitteln konnte. Er betonte besonders die Einfachheit dieser Methode: „In den Fällen, in denen das Gesetz der Funktion nicht einmal algebraisch gegeben ist, in denen die Kurve, die sie darstellt, nur durch mehrere Punkte gegeben ist, lässt sich unsere Methode, die Reihe aufzulösen, besonders einfach anwenden.“²² Die trigonometrische Reihe, deren Koeffizienten Clairauts Verfahren ermittelt, entspricht der oben angegebenen DFT-Formel – allerdings nur mit Kosinustermen. Wie der Mathematiker Heinrich Burkhardt um 1904 zusammenfasst, hatten während des 18. Jahrhunderts auch Euler und Joseph-Louis de Lagrange unabhängig von Clairaut gleichwertige Verfahren entwickelt, mit denen somit „die Aufgabe gelöst“ war, „durch $m - 1$ Punkte mit äquidistanten Abscissen eine aus $m - 1$ Sinuslinien zusammengesetzte Kurve zu legen.“²³ Was wir heute als diskrete Fourier-Transformation bezeichnen, war demnach um 1805 bereits rund fünfzig Jahre bekannt.²⁴ Das *novum* an Gauß' Interpolationsmethode musste folglich etwas anderes sein. Inmitten seines Manuskripts schreibt er über sein Verfahren: „that method greatly reduces the tediousness of mechanical calculations, success will teach the one who tries it.“²⁵ Neu an seiner frühen Variante der DFT war eine Beschleunigung, erreicht über eine algorithmische Optimierung des Rechenwegs.

Worin diese algorithmische Beschleunigung besteht, wird hier nicht ausschließlich mittels Gauß' neulateinischem Text, sondern hauptsächlich anhand moderner Wiederentdeckungen ähnlicher Verfahren erläutert.²⁶ Die wohl bekannteste Veröffentlichung, James Cooleys und

²² Alexis-Claude Clairaut. „Mémoire sur l'orbite apparente du Soleil autour de la Terre, en ayant égard aux perturbations produites par les actions de la Lune & des Planètes principales“. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences à Paris, Année MDCCLIV* (1759), S. 521–564, hier S. 548, meine Übersetzung. Im Original: „Dans les cas où la loi de la fonction ne sera pas même donnée algébriquement, dans ceux où la courbe qui l'exprime ne seroit donnée que par plusieurs points, notre manière de résoudre la série s'appliqueroit avec autant de facilité.“

²³ Heinrich Burkhardt. „Trigonometrische Interpolation. Mathematische Behandlung periodischer Naturerscheinungen“. In: *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*. Hrsg. von dems., Wilhelm Wirtinger und Robert Fricke. Bd. 2.1. Leipzig: Teubner, 1899–1916, S. 643–694, hier S. 647.

²⁴ Auch Fourier verweist auf diese verstreut publizierten Methoden: „man findet ihre Grundlagen sogar in den Arbeiten von Daniell [sic], Bernouilly [sic], Clairaut, La Grange und von Euler.“ Dass sie heute unter Fouriers Namen bekannt sind, mag daran liegen, dass er sie zusammenführt – in eigenen Worten in einem „ganz allgemeinen Calcul[], den man vor mir nicht aufgestellt hat.“ Fourier, *Analytische Theorie der Wärme*, S. 450.

²⁵ Gauß, zit. nach der Übertragung der Passage in Englische durch Michael T. Heidemann, Don H. Johnson und Charles Sidney Burrus. „Gauss and the History of the Fast Fourier Transform“. In: *Archive for History of Exact Sciences* 34.3 (Sep. 1985), S. 265–277, hier S. 270. Im neulateinischen Original: „[...] illam vero methodum calculi mechanici taedium magis minuere, praxis tentantem docebit.“ Gauß, „Theoria Interpolationis“, S. 307.

²⁶ Dies ist zunächst dem Umstand geschuldet, dass der Verfasser dieser Arbeit des Neulateinischen nicht mächtig ist. Doch selbst Mathematiker beschreiben den Text als „difficult to read because of the language and the notation adopted by GAUSS to describe his method.“ Heidemann, Johnson und Burrus, „Gauss and the History of the FFT“, S. 271. Die Verwendung modernerer Quellen dient also auch einem leichteren Verständnis.

John Tukeys viereinhalb Seiten langer Text über einen „Algorithmus zur maschinellen Berechnung komplexer Fourier-Reihen,“ erschien 1965.²⁷ Unter Computerwissenschaftlern galt dieser seitdem als FFT bekannte Algorithmus lange als ihre Erfindung. Erst ein Jahrzehnt später, im Rahmen seiner historischen Forschungen zur Analysis, fällt dem Mathematiker und Computerpionier Herman Goldstine bei der Durchsicht von Gauß’ Werken auf, dass Cooleys und Tukeys Algorithmus identisch zu Gauß’ neuer Interpolationsmethode ist.²⁸ Die Mathematiker Heidemann, Johnson und Burrus, die dieser Vorgeschichte der FFT weiter nachgingen, rätseln deshalb noch 1985, „why is this work by one of the greatest mathematicians not known by engineers and physicists [...]?“²⁹ Für die Beantwortung dieser Frage spielt gerade die Art der zu lösenden Rechenprobleme, genauer, die Menge der jeweiligen Eingangsdaten, eine wesentliche Rolle. Gauß, Cooley, Tukey und in den 150 Jahren dazwischen viele weitere Mathematiker³⁰ optimierten ihre Algorithmen stets aufgrund der jeweils praktisch zu berechnenden Probleme, welche nicht selten zeitkritischer Art waren. Gauß wollte zeitnah Korrekturen seiner bisherigen Bahninterpolationen veröffentlichen können, sobald ihm neue Beobachtungsdaten der Himmelskörper vorlagen. Wie Bullynck anhand zweier Rechenblätter aus Gauß’ Nachlass zwischen 1801 und 1802 zeigt, optimierte dieser sein *Rechenschema* – die übersichtliche, tabellarische Anordnung der einzelnen Rechenschritte – dabei so effektiv, dass er schließlich komplett auf mathematische Operatoren verzichten konnte:³¹

Erst das besondere Zusammenspiel dieser unterschiedlichen Optimierungsverfahren – die bis zum Äußersten getriebene Ökonomisierung des Papiers, der Verzicht auf möglichst alle überflüssigen Zeichen sowie die strikten Standardisierungen der Rechenabläufe – versetzt Gauß in die Lage, die bei ihm eintreffenden Beobachtungsdaten in „Echtzeit“ verarbeiten zu können.³²

Solche den praktischen Problemen angepasste Rechenschemata lassen sich auch in mehreren Lehrbüchern aus den 1920er und 1930er Jahren finden.³³ Algorithmen zur harmonischen Analyse werden dort nicht nur mathematisch hergeleitet, sondern oft durch ganze Kompendien an tabellarischen Schemata ergänzt, welche Analysen verschiedener Länge, al-

²⁷ Vgl. James William Cooley und John Wilder Tukey. „An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series“. In: *Mathematics of Computation* 19.90 (1965), S. 297–301.

²⁸ Vgl. Herman Heine Goldstine. *A History of Numerical Analysis From the 16th Through the 19th Century*. New York, Heidelberg und Berlin: Springer, 1977, S. xiii und S. 249, Anm. 83.

²⁹ Heidemann, Johnson und Burrus, „Gauss and the History of the FFT“, S. 266.

³⁰ Heidemann, Johnson und Burrus verweisen auf ihre historische Recherche, die „resulted in a bibliography of over 2000 entries.“ „Gauss and the History of the FFT“, S. 266, Anm. 1.

³¹ Vgl. Bullynck, „Rechnen mit der Zeit, Rechnen gegen die Zeit“, S. 188, Abb. 2.

³² Ebd., S. 190. Den Begriff Echtzeit spezifiziert Bullynck in der Fußnote zur zitierten Passage mit „Gemessen an den für Gauß wichtigen *Deadlines*“, nämlich der Drucklegung der nächsten Ausgabe der „Monatlichen Correspondenz“, in der Gauß seine Ergebnisse veröffentlichte.

³³ Vgl. z. B. Carl Runge und Hermann König. *Vorlesungen über Numerisches Rechnen*. Berlin: Springer, 1924; Karl Stumpff. *Grundlagen und Methoden der Periodenforschung*. Berlin: Springer, 1937.

so mit verschiedener Zahl N an Abtastwerten, übersichtlich und platzsparend organisieren und so ihre Durchführung beschleunigen können.³⁴ Wie bei Gauß' optimierten Schemata, steht demnach auch in diesen Büchern die konkrete Anwendung der vorgestellten Methoden im Vordergrund. So erwähnt der Astronom Karl Stumpff, dass Rechenpraktiker in der Regel nicht mit kontinuierlichen Funktionen zu tun haben: „Die nachfolgenden Rechenbeispiele beschränken sich auf den in der rechnerischen Praxis fast ausschließlich vorkommenden Fall, daß die Beobachtungsfunktion in Forme einer Zahlenfolge (Ordinatenfolge) mit gleichabständigen Abszissen gegeben ist.“³⁵ Zu seinen numerischen Rechenbeispielen gehört etwa eine Untersuchung des periodischen Einflusses der Gezeiten auf die „Wasserstände St. Pauli-Landungsbrücken“ in zweistündigen Intervallmessungen über einen Tag – also insgesamt zwölf Messwerte – oder eine Analyse der Schwankungen der „Polhöhe im Meridian von Greenwich“ in halbjährigen Messungen über sieben Jahre – insgesamt 14 Mess- respektive Abtastwerte.³⁶

Auch Cooley und Tukey betonen am Ende des folgenden Zitats ihre ökonomische Verwendung des um 1965 noch stark begrenzten Computerspeichers. Ihr Algorithmus gehört daher ebenso zu den von Bullynck angesprochenen Verfahren, welche die materiellen Ressourcen der jeweiligen Rechenhardware optimal ausnutzen. Zuvor geben sie jedoch noch einen weiteren, konkret bezifferbaren Vorteil ihres – und Gauß' – Algorithmus gegenüber Clairauts klassischer und auch Stumpffs schematisch optimierter Herangehensweise an:

A straightforward calculation [mittels des klassischen DFT-Algorithmus] would require N^2 operations where „operation“ means [...] a complex multiplication followed by a complex addition.

The algorithm described here iterates on the array of given complex Fourier amplitudes and yields the result in less than $2N \log_2 N$ operations without requiring more data storage than is required for the given array A .³⁷

Cooley und Tukey stellen also die jeweils benötigte Anzahl an Rechenoperationen gegenüber, welche im Falle einer klassischen DFT respektive ihres schnelleren Algorithmus durchzuführen sind. Auch Stumpff hatte 1939 angegeben, dass „die Rechenarbeit der Analyse [...] im allgemeinen mit dem Quadrat“ der Länge der Messreihe wachse und betont, dass durch seine optimierten Rechenschemata „viele Multiplikationen durch Additionen ersetzt werden

³⁴ Karl Stumpff. *Tafeln und Aufgaben zur Harmonischen Analyse und Periodogrammrechnung*. Berlin: Springer, 1939, siehe die Tafeln auf den Seiten 2–11, 13–15, 17 f., 20–24. Sie stellen jeweils optimierte, tabellarische Rechenschemata für DFTs der Längen 2–40 sowie für ausgewählte größere N bis 72 dar.

³⁵ Ebd., S. 133. Somit ist klar, dass seine Schemata DFTs beschleunigen sollen. Er erwähnt auf der gleichen Seite „mechanische[] Apparaturen“ wie die von Michelson und Stratton, mit denen „[d]ie direkte Analyse graphisch gegebener Funktionen [...] nach besonderen Gebrauchsanweisungen möglich“ sei.

³⁶ Ebd., S. 134 und S. 137.

³⁷ Cooley und Tukey, „Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series“, S. 297.

Werte N	benötigte Operationen			Werte N	benötigte Operationen		
	DFT N^2	FFT $2N \log_2 N$	relative Ersparnis		DFT N^2	FFT $2N \log_2 N$	relative Ersparnis
4	16	16	0,00%	512	262.144	9.216	96,48%
8	64	48	25,00%	1.024	1.048.576	20.408	98,05%
16	256	128	50,00%	2.048	4.194.304	45.056	98,93%
32	1.024	320	68,75%	4.096	≈17 Mio.	98.304	99,41%
64	4.096	768	81,25%	8.912	≈67 Mio.	212.992	99,68%
128	16.384	1.792	89,06%	16.384	≈268 Mio.	458.752	99,83%
256	65.538	4.096	93,75%	32.768	≈1 Mrd.	983.040	99,91%

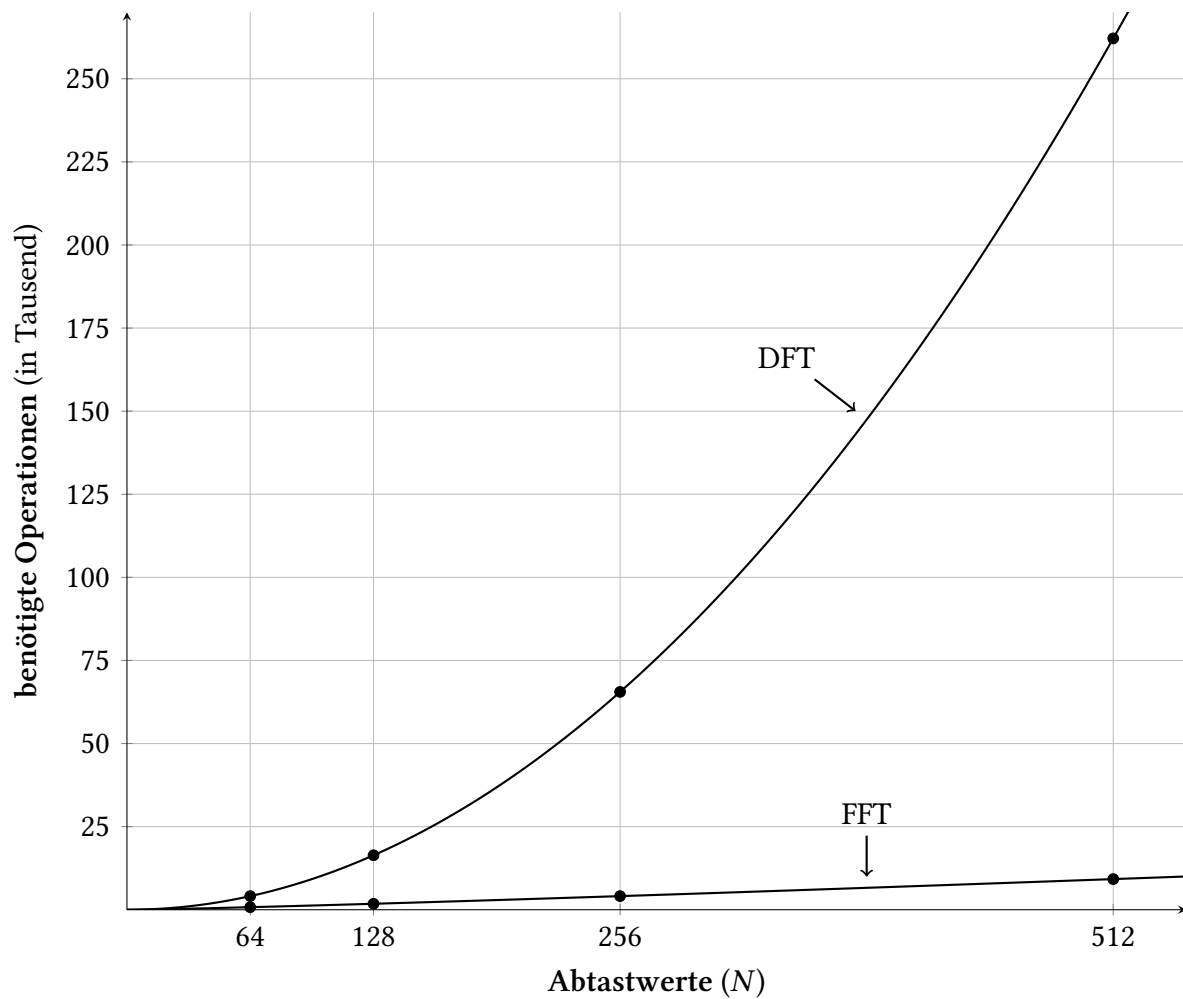


Abbildung 5.2: Vergleich der benötigten Rechenoperationen bei einem linearithmischen (FFT) gegenüber einem quadratischen Wachstum (DFT) in Abhängigkeit von der Anzahl an Eingangsdaten. Der Graph visualisiert den Tabellenausschnitt zwischen $N = 64$ und $N = 512$.

können.“³⁸ Was Cooleys und Tukeys Algorithmus jedoch hervorhebt, ist ihre Ersetzung des besagten allgemein quadratischen Anstiegs der nötigen Rechenoperationen durch ein „linearithmisches“ Wachstum.³⁹ Anhand der Gegenüberstellung dieser bei DFT und FFT in Abhängigkeit von der Eingangsdatenmenge unterschiedlich schnell ansteigenden Operationsanzahl lässt sich eine medientechnisch begründete These aufstellen, warum Gauß’ Verfahren vor 1965 noch weitgehend unbekannt war, nach der Veröffentlichung des Aufsatzes von Cooley und Tukey jedoch rasch Verbreitung fand. Denn die Datenmengen, die in Stumpffs Rechenbeispielen analysiert werden, liegen mit zwölf bis 14 Abtastwerten noch in dem Bereich, in dem der Vorteil des schnelleren Algorithmus nicht einmal die Hälfte der Operationen einsparen würde (siehe die Tabelle in Abbildung 5.2). Mit anderen Worten: Die Anfang des 20. Jahrhunderts übliche Rechenarbeit, festgelegt durch die Menge des algorithmischen *inputs*, konnte von geübten Rechnerinnen und Rechnern, die über Rechenhilfen wie Wertetabellen oder mechanische Tischrechner sowie über entsprechend optimierte Schemata wie die von Stumpff verfügten, noch relativ problemlos bewältigt werden. In den 1960er Jahren sollten elektronische Digitalcomputer jedoch ungemein größere Datenmengen analysieren. So berichtet Cooley 1968 während einer Fachtagung zur schnellen Fourier-Transformation etwa von einem neuen Spektrometer: „This one measures a record of 512 000 points in one run.“⁴⁰

Verständlicher wird der Laufzeitgewinn in diesen asymptotischen Dimensionen großer Eingangsdatenmengen, wenn die tatsächlichen Rechenzeiten der Algorithmen miteinander verglichen werden. Am Ende ihres Artikels geben Cooley und Tukey die Laufzeit des FFT-Algorithmus für $2^{13} = 8192$ Abtastwerte auf einem IBM 7094 Großrechner mit „13 minutes“, also 7,8 Sekunden an.⁴¹ Anhand der Tabelle in Abbildung 5.2 ergibt sich der Laufzeitgewinn gegenüber einer klassischen DFT, die in diesem Fall schon rund 41 Minuten benötigen würde.⁴² Wenn mit dem Begriff *Echtzeit* „die Prozeßdurchführung innerhalb eines Zeitfensters,

³⁸ Stumpff, *Tafeln und Aufgaben*, S. 133.

³⁹ So ließe sich ein Wachstum mit einem asymptotischen Grenzwert proportional zu $N \log N$ bezeichnen, nach einem Vorschlag von Robert Sedgewick. *Algorithms in C*. Reading u. a.: Addison-Wesley, 1990, S. 70.

⁴⁰ James William Cooley. „The Impact of the Fast Fourier Transform—Keynote Address“. In: *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics* AU-17.2 (Juni 1969), S. 66–68, hier S. 67.

⁴¹ Cooley und Tukey, „Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series“, S. 301. Im begrenzten Hauptspeicher einer IBM 7094 waren keine größeren FFTs möglich, wie im ein Jahr später veröffentlichten FORTRAN-Quellcode vermerkt wurde: „the maximum value of M for this program on the IBM 7094 is 13. For [IBM] 360 machines having greater storage capacity, one may increase this limit by replacing 13 [M] in statement 3 below by $\log_2 N$, where N is the max. no. of complex numbers one can store in high-speed core.“ James William Cooley. „One-Dimensional Finite Complex Fourier Transform“. In: *SHARE Library* 3465 (18. Nov. 1966). FFT-Subroutine in FORTRAN IV, Zeilen FORT 042–FORT 046.

⁴² Für eine „Operation“ im Sinne Cooleys und Tukeys ergibt sich auf der IBM 7094 eine Dauer von $7,8 \text{ s} / 212.992 \approx 37 \mu\text{s}$. Multipliziert mit den bei 8192 Abtastwerten nötigen rund 67 Millionen „Operationen“ für eine entsprechende DFT ergeben sich etwas mehr als 41 Minuten.

präziser: eines Intervalls“ gemeint ist,⁴³ verkleinert der FFT-Algorithmus dieses Intervall im Jahr 1965 von einer knappen Dreiviertelstunde in den Bereich einiger weniger Sekunden, ohne dass dafür schnellere Hardware benötigt wird. Das ist zwar noch nicht das Zeitfenster heutiger emphatischer *Echtzeit*, welche die menschliche Wahrnehmung weit unterläuft,⁴⁴ macht aber dennoch den zeitkritischen Effekt deutlich, den die Entdeckung der FFT in der angewandten Informatik auslösen konnte.

Die Tabelle zeigt weiter, dass die Vervierfachung von 256 auf 1024 nötige Rechenoperationen bei einer Verdopplung von 16 auf 32 Eingangswerte für einen menschlichen Rechner in jedem Fall deutlich wahrnehmbar wird, sodass es nicht verwunderlich ist, dass sich die Praktiker gerade für diesen Bereich auf die Suche nach algorithmischen Abkürzungen machten. Gauß, dessen astronomische Beobachtungsreihen in der gleichen Größenordnung wie Stumpffs Beispiele lagen, sowie Runge und König fanden hier eine brauchbare Lösung, die der Idee hinter der FFT nahekommt.⁴⁵ In den Worten Runges und Königs: „Es läßt sich jedoch auch die Zerlegung für 24 gegebene Ordinaten [...] durch zweimalige Anwendung des Schemas für zwölf Ordinaten gewinnen.“⁴⁶ Stumpff, der Runges und Königs Verfahren kennt,⁴⁷ führt diesen entscheidenden Schritt etwas detaillierter aus:

Man zerspaltet die ursprüngliche Reihe in mehrere von größerem Ordinatenabstand und daher kleinerer Gliederzahl, die ineinandergreifen, analysiert diese Teilreihen einzeln und setzt die Fourierkonstanten der Gesamtreihe aus denen der Teilreihen zusammen, was stets durch lineare Kombination möglich ist.⁴⁸

Diese beiden Beschreibungen enthalten die alles entscheidende Einsicht, die zur *algorithmischen Beschleunigung* der DFT und damit schließlich zum Funktionieren der FFT führt. Der grundlegende Ansatz zum Verringern der nötigen Rechenoperationen ist die triviale Einsicht, dass DFTs über wenige Abtastwerte auch weniger Operationen benötigen. Werden anstatt *einer* großen DFT über alle Daten *zwei* DFTs über je die Hälfte der Werte berechnet, so sind dafür insgesamt nur noch halb so viele Rechenoperationen nötig.⁴⁹ Diese Zerteilung des ursprünglichen Problems in zwei Teilprobleme führt jedoch nur deswegen ans Ziel, weil es,

⁴³ Ernst, *Chronopoetik*, S. 417.

⁴⁴ Zum Echtzeitbegriff vgl. a. das Kapitel „Zeitkritik, Real- und Echtzeit“ in ebd., S. 414 ff.

⁴⁵ Gauß’ *exemplum* in Abschnitt 28, in dem er seinen Algorithmus anhand der Bahnberechnung des Pallas vorführt, umfasst zwölf Beobachtungswerte, vgl. Gauß, „Theoria Interpolationis“, S. 308. In Abschnitt 41 folgt ein Beispiel mit 36 Werten, vgl. ebd., S. 325 f. Vgl. dazu auch Heidemann, Johnson und Burrus, „Gauss and the History of the FFT“, S. 270.

⁴⁶ Runge und König, *Vorlesungen über Numerisches Rechnen*, S. 226.

⁴⁷ Vgl. Stumpff, *Grundlagen und Methoden der Periodenforschung*, S. 66.

⁴⁸ Stumpff, *Tafeln und Aufgaben*, S. 142.

⁴⁹ Zur Verdeutlichung genügt ein Blick in die Tabelle von Abb. 5.2: Zwei DFTs mit je 32 Werten benötigen zweimal 1024, also insgesamt 2048 Rechenoperationen. Das entspricht der Hälfte der 4096 Operationen, die für eine DFT über 64 Werte klassischerweise nötig wären.

wie im Zitat beschrieben, unter bestimmten mathematischen Voraussetzungen möglich ist, „die Fourierkonstanten der Gesamtreihe aus denen der Teilreihe zusammen“ zu setzen, und dies – was entscheidend ist – in nur *wenigen zusätzlichen* Schritten. Mit diesem von Runge, König und Stumpff vorgestellten Schema der Zerteilung und anschließenden Rekombination kann somit *fast die Hälfte* der eigentlich nötigen Operationen eingespart werden.

Stumpff erläutert im obigen Zitat, dass die Zerlegung in zwei Teilreihen so erfolgen muss, dass deren Abtastwerte „ineinandergreifen“. Damit ist gemeint, dass die Reihe nicht einfach in der Mitte geteilt wird, so wie man einen langen Papierstreifen einmal in der Mitte zerschneiden kann. Stattdessen werden die Werte abwechselnd einer der beiden Teilreihen zugeordnet oder, anders formuliert, die eine Hälfte der Daten wird aus den Werten mit geradem Index, die andere aus denen mit ungeradem Index gebildet.⁵⁰ Mit auf diese Weise zerteilten Datenreihen lassen sich nun einige mathematische Eigenschaften der DFT ausnutzen.⁵¹ So ist bewiesen, dass es sich bei einer DFT um eine sogenannte *lineare* Operation handelt, was bedeutet, dass die Summe zweier Teiltransformationen das gleiche Ergebnis liefert wie eine Transformation der Summe der beiden Eingangsdatenreihen.⁵² Allerdings hat die beschriebene „ineinandergreifende“ Teilung der Daten in zwei halb so große Reihen zur Folge, dass die Werte scheinbar ihre ursprüngliche zeitliche Zuordnung in der zugrundeliegenden Messreihe verlieren. Die Addition der beiden Teil-DFTs zum korrekten Gesamtergebnis ist folglich nicht ganz trivial. Doch anders als es auch Medienwissenschaftler immer wieder gerne glauben machen, geht die Zeitinformation – also „wann etwas passiert“ oder „wo der Blitz blitzt“⁵³ – bei einer Fourier-Analyse *nicht* verloren. Die tatsächlichen Verhältnisse erläutert Barbara Burke Hubbard:

Natürlich geht die Zeitinformation bei der Fourier-Analyse nicht verloren – wenn dem so wäre, ließe sich das Ausgangssignal nicht mehr aus der Fourier-Transformierten rekonstruieren. Vielmehr ist sie tief in den Phasen verborgen. Dieselben Sinus und Kosinus können nämlich sehr wohl verschiedene Zeitpunkte im Signalverlauf repräsentieren, nur müssen sie dazu phasenverschoben werden.⁵⁴

Burke Hubbard ruft hier in Erinnerung, dass jeder im Zuge einer komplexen Fourier-Trans-

⁵⁰ Stumpff, *Tafeln und Aufgaben*, vgl. die Definition der beiden Teilreihen R' und R'' in Aufgabe 5 auf S. 142.

⁵¹ Wie bereits betont, stellt diese Arbeit kein mathematisches Handbuch zur FFT dar. Solche haben unzählige Autoren bereits geschrieben, sodass im Folgenden für detailliertere Erläuterungen auf diese verwiesen wird. Übersichtlich in einer Tabelle fasst z. B. Brigham die mathematischen Eigenschaften der DFT zusammen, vgl. *FFT*, S. 159. Besonders empfehlenswert ist Zonst, *Understanding the FFT*, Kapitel 5 „Four Fundamental Theorems“, S. 63–74, da hier die Mathematik mit ausführbaren Beispielpogrammen in BASIC operativ illustriert wird.

⁵² Mathematisch ausgedrückt: $\text{DFT}(a + b) = \text{DFT}(a) + \text{DFT}(b)$. Vgl. z. B. Brigham, *FFT*, S. 152, Gl. (8–1).

⁵³ Kittler, *Und der Sinus wird weiterschwingen*, S. 49.

⁵⁴ Burke Hubbard, *Wavelets*, S. 41.

formation berechnete Koeffizient stets aus zwei Komponenten besteht: der *Amplitude* des jeweiligen Frequenzanteils und seiner *Phase*, welche die Zeitinformation enthält.⁵⁵ Weiter erwähnt sie das nachrichtentechnische Verfahren, mit dem sich das beschriebene Zeitproblem der beiden „ineinandergreifenden“ Teilreihen lösen lässt: Die Korrekturoperation, die beim Addieren der beiden Teiltransformationen zur kompletten DFT nötig ist, ist eine *Phasenverschiebung*.

Stumpff bezeichnet diese Operation mit einem mathematisch äquivalenten Namen als „lineare Kombination“, ein Begriff aus der Vektoralgebra, der allgemein für das Addieren von Vektoren oder deren Multiplikation mit skalaren Werten stehen kann.⁵⁶ Auch heutige Handbücher zur FFT wie Anders Zonsts *Understanding the FFT* stellen diese Verbindung zwischen Vektorrechnung und Phasenverschiebung her und erläutern, welche Schritte beim Zusammenfügen von zwei Teil-DFTs konkret durchzuführen sind:

We phase shift complex frequencies by „vector rotation,“ and we rotate a vector in rectangular coordinates by the operations:

$$\begin{aligned} X_{\text{rot}} &= X \cos(A) - Y \sin(A) \quad \text{and} \\ Y_{\text{rot}} &= X \sin(A) + Y \cos(A) \end{aligned}$$

where: A = the angle of rotation.
 X = the cosine component of the DFT.
 Y = the sine component of the DFT.⁵⁷

Mit diesen Hinweisen erspät der von Bogost vorgeschlagene Blick in den Quellcode von Cooleys 1966 in der IBM SHARE-Programmbibliothek veröffentlichter FFT-Routine die folgenden zwei FORTRAN-Codezeilen, welche die Phasenverschiebung in zwei temporären Variablen T und TI implementieren:⁵⁸

```
T=A(I2 - 1)*UR-A(I2)*UI
TI=A(I2 - 1)*UI+A(I2)*UR
```

⁵⁵ Es handelt sich dabei um einfache, mathematische Umformungen der Kosinuskomponente x und der Sinuskomponente y . Amplitude: $\sqrt{x^2 + y^2}$; Phase: $\tan^{-1}(y/x)$. Vgl. Zonst, *Understanding the FFT*, S. 69.

⁵⁶ Diese Definition geht laut Mathematikhistorikern auf Hermann Graßmann zurück, dessen Arbeiten in der Mitte des 19. Jahrhunderts die moderne lineare Algebra mitbegründeten, vgl. Heinz-Wilhelm Alten u. a. *4000 Jahre Algebra. Geschichte – Kulturen – Menschen*. [Erstveröffentlichung: 2003]. 2. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer, 2014, bes. S. 451 f.

⁵⁷ Zonst, *Understanding the FFT*, S. 88.

⁵⁸ Cooley, „One-Dimensional Finite Complex Fourier Transform“, Zeilen FORT 150–FORT 151. Der Array A enthält die Sinus- und Kosinuskomponenten in aufeinanderfolgenden Speicherzellen, für die Kosinuskomponente wird daher von der Indexvariable I2 1 subtrahiert. UR und UI zeigen auf eine vorab berechnete Sinuswertetabelle, welcher der korrekte Rotationswinkel entnommen wird.

Damit sind die zwei essenziellen Schritte beschrieben, welche die Operationsersparnis des Schemas von Runge, König und Stumpff ausmachen: Erstens das Halbieren der Datenreihe in zwei „ineinandergreifende“ Teilreihen, mit denen anschließend separat eine diskrete Fourier-Transformation durchgeführt wird, und zweitens das Zusammenführen dieser beiden Teilergebnisse zum Gesamtergebnis durch Addition nach entsprechender Phasenverschiebung. Ein erneuter prüfender Blick in die unteren Tabellenzeilen und auf den Graphen von Abbildung 5.2 zeigt jedoch, dass eine FFT im Sinne Cooleys und Tukeys bei einer großen Eingangsdatenmenge eine viel deutlichere Einsparung als bloß die knappe Halbierung der Operationen ermöglicht, wie sie das soeben erläuterte Schema erlaubt.⁵⁹ Wie diese zustande kommt, deutet das bisher Beschriebene bereits an, jedoch lohnt zum Verständnis ein erneuter Blick in Gauß' Text von 1805. Direkt nach dem oben wiedergegebenen Zitat folgt diese Passage:

Now, the work will be no greater than the explanation of how that division can be extended still further and can be applied to the case where the majority of all proposed values are composed of three or more factors, for example, if the number μ would again be composite, in that case clearly each period of μ terms can be subdivided into many lesser periods.⁶⁰

Die beschriebene Methode lässt sich also erneut anwenden, wenn die Länge der Datenreihe eine möglichst hoch zusammengesetzte Zahl ist. Denn dann können die Teilreihen nochmals halbiert werden, was die durchzuführenden Rechenoperationen für die so immer kleiner werdenden Teil-DFTs jedes Mal fast um die Hälfte reduziert. Dasselbe Argument in den Worten von Cooley und Tukey: „If we are able to choose N to be highly composite, we may make very real gains.“⁶¹ Zonst beschreibt den logischen Schluss dieses Schemas:

If we carry the FFT scheme to its logical conclusion, we must extend the process [...] until we are dealing with 1 point DFTs and [...] consider just what a 1 point DFT will be. There will be only one frequency component which will apparently be the zero frequency component. Furthermore, this zero frequency component will be the average value of the one point which is being transformed—it is simply equal to itself!

When we realize this, we realize that we may perform the FFT process by a shifting (i. e. rotating) and summing mechanism from the beginning. Since the one point DFT is simply equal to its data

⁵⁹ Die oben in Fußnote 49 durchgeführte Beispielrechnung für 64 Werte ergab für Stumpffs Schema, inklusive des Zusammenführens der Teil-DFTs, etwas mehr als 2048 Operationen. Für eine entsprechende FFT nach Cooleys und Tukeys Algorithmus sind jedoch lediglich 768 Operationen nötig.

⁶⁰ Gauß, zit. n. Heidemann, Johnson und Burrus, „Gauss and the History of the FFT“, S. 270. Im neulateinischen Original: „Nulla iam amplius explicatione opus erit, quomodo illa partitio adhuc ulterius extendi et ad eum casum applicari possit, ubi multitudo omnium valorum propositorum numerus e tribus pluribusve factoribus compositus est, e. g. si numerus μ esset compositus, in quo casu manifesto quaevis periodus μ terminorum in plures periodos minores subdividi potest.“ Gauß, „Theoria Interpolationis“, S. 307 f.

⁶¹ Cooley und Tukey, „Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series“, S. 298.

point there is no necessity to perform a proper DFT at all.⁶²

Die moderne FFT nach Cooleys und Tukeys Algorithmus besteht aus genau diesem ins Extrem getriebenen Schema: Die zu analysierende Datenreihe wird in kleinstmögliche Teile getrennt, welche anschließend einzig durch Phasenverschiebungsoperationen so lange wieder zu größeren verbunden werden, bis schließlich das Endergebnis der diskreten Fourier-Transformation zusammengesetzt ist.⁶³ So werden anstatt N^2 nur noch $2N \log_2 N$ Rechenoperationen benötigt.

Auf diese Weise wird ein Punkt erreicht, der die hier erprobte Objektorientierte Ontologie scheinbar vor ein Problem stellt. Mit dem Anspruch „to reveal the internal experiences of withdrawn units“,⁶⁴ war im vorigen Kapitel an der klassischen Fourier-Reihenanalyse die Modulation der zu analysierenden, willkürlichen Funktion mit Sinusfunktionen hervorgehoben worden. Wie gezeigt wurde, können solche Modulationsoperationen durch Versuche aus der Akustik des 19. Jahrhunderts *hörbar* gemacht werden. Die Untersuchung brachte so nicht nur heute noch nachbau- und damit nachvollziehbare *carpentries* für Modulationsoperationen zutage, sondern lieferte gleichzeitig auch eine epistemologische Verknüpfung zwischen Fouriers Theorien und einem der wichtigsten hochtechnischen Massenmedien des 20. Jahrhunderts, dem amplitudenmodulierten Radio. Der letzte Satz in Zonsts Zitat hat jedoch eine drastische, nicht zu übergehende Konsequenz: Im Falle einer FFT „there is no necessity to perform a proper DFT at all.“ Anders ausgedrückt: durch das beschriebene Beschleunigungsschema der FFT wird der klassische DFT-Algorithmus – und somit auch die diagrammatisierbare Modulationsoperation – schlicht abgeschafft.

Der Quellcode implementierter FFTs liefert den besten Beleg für diese zunächst eher polemisch klingende Aussage. Denn dort finden wir – frei nach Kittlers Schlusssätzen aus *Grammophon Film Typewriter* – nichts als eben jene „Kindergartenmathematik, die für Bücher weiterhin ausreicht“. ⁶⁵ Auf eine minimale Anzahl an Operationen beschränkt, sind zum Ausführen einer FFT nur noch Additionen, Multiplikationen und indizierte Speicherzugriffe nötig, wie es die zwei oben wiedergegebenen FORTRAN-Zeilen beispielhaft zeigen. Die charakteristische Flächenberechnung modulierter Sinuskurven suchen Medienwissenschaftler als Nichtmathematiker und Nichtinformatiker dort vergebens. Das Ergebnis der hiesigen Untersuchung ist jedoch nicht, dass im Quellcode *schneller* Fourier-Transformationsalgorithmen keine ähnlich gut visuell oder auditiv nachvollziehbaren Grundoperationen auszumachen wären, die sich nahtlos in die im vorigen Kapitel vorgeführte medienarchäologische

⁶² Zonst, *Understanding the FFT*, S. 94.

⁶³ Mathematisch ist dies nach $\log_2 N$ Zusammensetzungen der Fall. Vgl. ebd., S. 96.

⁶⁴ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 105.

⁶⁵ Friedrich Kittler. *Grammophon Film Typewriter*. Berlin: Brinkmann & Bose, 1986, S. 379.

Genealogie einfügten. Denn Mathematiker und Informatiker erkennen leicht, dass die Rechenoperationen, die in einer FFT nach der Optimierung der Rechenschritte noch durchgeführt werden, immer noch äquivalent zu denen einer klassischen DFT sind: „In other words, there is no difference (at this low level) between rotating and summing the single point DFT equivalents [im Falle einer FFT] and taking a DFT; [...]“.⁶⁶ Zu behaupten, das „Wesen“ der FFT läge in einer anderen Mathematik als bei einer DFT, wäre demnach falsch.

Stattdessen zeigt sich, dass die Kernfunktion der zeitkritischen *algorithmischen Beschleunigung* einer FFT „at this low level“ durch eine *andere* Grundoperation charakterisiert wird, als nur durch die Verwendung von Grundrechenarten in den Phasenverschiebungsoperationen. Hier wird ein Unterschied zwischen klassischen *Rechenoperationen* im Sinne der Grundrechenarten und Bogosts Begriff der *Grundoperation* deutlich: In seiner Objektorientierten Ontologie steht der Begriff *unit operation* eben auch für die „logics by which objects perceive and engage their worlds“,⁶⁷ also im Falle von Algorithmen für die Prinzipien, die über die reine Sequenz diskreter Instruktionen hinaus am Werk sein können und gewissermaßen ihren zeitkritischen Ablauf mitbestimmen. Im nun folgenden letzten Abschnitt gilt es, jene zeitkritische, *algorithmische* „Logik“ der FFT herauszuarbeiten, welche die beschriebene drastische Verkleinerung des Echtzeit-Zeitfensters ermöglicht, obwohl sie sich nicht direkt im Quellcode einer FFT-Routine als Rechenoperation wiederfinden lässt. Dabei wird abschließend zu klären sein, ob Bogosts Begriff der *Grundoperation* für eine medienarchäologische Untersuchung schneller Algorithmen geeignet ist oder ob sich nicht ein besserer Begriff findet.

5.2 Divide and Conquer

Die These lautet, dass die algorithmische Beschleunigung der FFT aufgrund der Anwendung eines bestimmten Entwurfsprinzips für Algorithmen gelingt, für das in der heutigen angewandten Informatik der Name *divide and conquer* oder „teile und herrsche“ üblich ist.⁶⁸ Diese Bezeichnung geht auf den lateinischen Ausspruch *divide et impera* zurück, unter dem in der Politikwissenschaft bis heute eine Strategie des Imperialismus diskutiert wird, politische Gegner *durch Trennung beherrschbar* zu halten, indem verhindert wird, dass diese sich gegen die eigene Herrschaft verbünden können.⁶⁹ In Anlehnung an diese Bedeutung wurde

⁶⁶ Zonst, *Understanding the FFT*, S. 94.

⁶⁷ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 29.

⁶⁸ Vgl. z. B. Ziegenbalg, Ziegenbalg und Ziegenbalg, *Algorithmen*, Kapitel 4.2.3 „Das Prinzip ‚Teile und Herrsche‘ (divide and conquer)“, S. 127–130.

⁶⁹ Als aktuelles politikwissenschaftliches Beispiel, vgl. z. B. Ilia Xypolia. „*Divide et Impera*: Vertical and Horizontal Dimensions of British Imperialism“. In: *Critique. Journal of Socialist Theory* 44.3 (2016), S. 221–231, hier bes. S. 227–229. Dort wird der Ausspruch Machiavelli zugeschrieben. Als literarisches Sprichwort ist er weiter-

divide and conquer während der 1960er Jahre vereinzelt zur Beschreibung der Modularisierung eines komplexen Computerprogramms in einzelne Teilprogramme verwendet. So hielt beispielsweise der Informatiker Edsger Dijkstra während der 1968er NATO-Konferenz zum *Software Engineering* die Entwicklung von Betriebssystemen nur so für *beherrschbar*: „I see only one way out of it, viz. ‚Divide and Rule,‘ [...]. As far as the applicability of this dissection technique is concerned the construction of an operating system is not very much different from any other large programming effort.“⁷⁰ Der modulare Entwurf von Computerprogrammen durch Hierarchisierung in kleinere, unabhängig voneinander zu entwickelnde und daher auch leichter zu wartende Teile, ist seitdem als erste Entwicklungsphase des Paradigmas der Strukturierten Programmierung bekannt und wird auch als *top-down*-Entwurf bezeichnet.⁷¹ Als Synonym zu dieser *top-down*-Entwicklung wird *divide and conquer* auch noch im 1973 veröffentlichten dritten Band von Knuths Reihe *The Art of Computer Programming* verwendet.⁷² Allerdings nutzt Knuth die Wendung dort noch in einem anderen Zusammenhang, was für die hiesige Diskussion eine zentrale Bedeutungswandlung nach sich zieht. Er erläutert die Familie der sogenannten *radix-sort*-Algorithmen, die eine Menge ganzer Zahlen stellenweise, also Ziffer für Ziffer, nacheinander sortieren, anhand des Vergleichs mit der Sortierung von Briefen nach Zustellbezirken über die Postleitzahl – hier also anhand der Dezimalstellen:

A large collection of letters can be sorted into separate bags for different geographical areas; each of these bags then contains a smaller number of letters that can be sorted independently of the other bags, into finer and finer geographical divisions. [...] This principle of „divide and conquer“ is quite appealing, and the only reason it doesn’t work especially well for sorting punched cards is that it ultimately spends too much time fussing with very small piles.⁷³

Wenngleich die *radix-sort*-Algorithmen im Zitat nicht positiv beurteilt werden, die hier durch das Prinzip *divide and conquer* beeinflusste *time* meint nicht mehr eine Entwicklungs- oder Programmierzeit wie bei Dijkstra, sondern ganz klar die *Laufzeit* des Algorithmus, seinen operativen Vollzug. In dieser Aussage deutet sich an, dass mithilfe einer *divide-and-conquer*-Strategie die Laufzeit eines komplexen Algorithmus massiv beeinflusst werden kann. 1974,

hin bei Johann Wolfgang von Goethe und Heinrich Heine nachgewiesen, vgl. z. B. Georg Büchmann. *Geflügelte Worte. Der Zitatenschatz des deutschen Volkes*. 26. Aufl. Berlin: Haude & Spener, 1920, S. 463.

⁷⁰ Edsger Wybe Dijkstra. „Complexity Controlled by Hierarchical Ordering of Function and Variability“. In: *Software Engineering. Report on a conference sponsored by the NATO Science Committee, Garmisch, Germany, 7th to 11th October 1968*. Hrsg. von Peter Naur und Peter Randell. Brüssel: NATO Scientific Affairs Division, Jan. 1969, S. 181–185, hier S. 181.

⁷¹ Vgl. z. B. Floyd, „The Paradigms of Programming“, S. 455.

⁷² Vgl. Donald Ervin Knuth. *The Art of Computer Programming*. Bd. 3: *Sorting and Searching*. [Erstveröffentlichung: 1973]. 2. Aufl. Reading u. a.: Addison-Wesley, 1998, S. 168.

⁷³ Ebd., S. 175. Ein weiteres, intuitives Beispiel für *radix-sort* ist das Sortieren von Spielkarten zuerst nach Farbe und dann nach den Kartenwerten, vgl. ebd., S. 169.

ein Jahr nach Knuths Band über Sortier- und Suchalgorithmen, veröffentlichten die Informatiker Alfred Aho, John Hopcroft und Jeffrey Ullman ein Lehrbuch, dessen zweites Kapitel sie dem „Design of Efficient Algorithms“ widmeten.⁷⁴ Darin erklären sie den *divide-and-conquer*-Ansatz als allgemein anwendbares Entwurfsprinzip für explizit laufzeiteffiziente Computeralgorithmen:

A common approach to solving a problem is to partition the problem into smaller parts, find solutions for the parts, and then combine the solutions for the parts into a solution for the whole. This approach, especially when used recursively, often yields *efficient solutions* in which the subproblems are smaller versions of the original problem.⁷⁵

Unter den von ihnen präsentierten Beispielen, die nach diesem zeitkritischen *divide-and-conquer*-Prinzip entworfen wurden, sind ein Algorithmus zur schnellen Multiplikation großer Zahlen, ein Sortieralgorithmus namens *merge sort* und schließlich auch die FFT.⁷⁶ Sie erläutern den Ansatz mithilfe der *Rekursion*, womit eine Funktion gemeint ist, die in ihrem Verlauf mit einem kleineren Teil der ursprünglichen Eingangsdaten erneut aufgerufen wird. Dies kommt dem beschriebenen Ablauf einer FFT konzeptionell sehr nahe, besteht der grundlegende Ansatz doch gerade darin, die Eingangsdatenmenge so oft aufzuteilen, bis nur noch einzelne Punkte übrig bleiben.⁷⁷ Doch bevor hier mit der Rekursion ein auch in der zeitgenössischen Medien- und Kulturwissenschaft zuletzt viel beachteter Begriff⁷⁸ vorschnell mit dem *divide-and-conquer*-Prinzip äquivalent erklärt wird, lohnt ein weiterer Blick in die kühle Analyse der Rekursion als Programmierkonzept durch Aho, Hopcroft und Ullman. Denn die Autoren zeigen die zeitkritischen Unterschiede zwischen den zwei „Programmiertechniken“ *divide and conquer* und Rekursion präzise auf:

One of the important aspects of recursion is the resulting *conceptual simplification* of algorithms. [...]the suppression of bookkeeping details by the use of recursion is most useful in being able to express concisely the more complex algorithms [...]. *Recursion by itself does not necessarily lead to more efficient algorithms*. However, when it is combined with other techniques such as [...] divide-and-conquer, [...] we shall see that it often yields algorithms that are both efficient and elegant.⁷⁹

⁷⁴ Vgl. Alfred Vaino Aho, John Edward Hopcroft und Jeffrey David Ullman. *The Design and Analysis of Computer Algorithms*. Reading u. a.: Addison-Wesley, 1974, S. 43 ff.

⁷⁵ Ebd., S. 60, meine Hervorhebung.

⁷⁶ Vgl. ebd., S. 62 ff., S. 66 f. und S. 257 ff.

⁷⁷ Damit ist die Abbruchbedingung einer rekursiven Funktion erreicht, was in heutigen Algorithmenlehrbüchern auch als *bottoming out* bezeichnet wird: „The recursion ‚bottoms out‘ when the sequence [...] has length 1, in which case there is no work to be done, [...]“ Thomas H. Cormen u. a. *Introduction to Algorithms*. [Erstveröffentlichung: 1990]. 3. Aufl. Cambridge und London: MIT Press, 2009, S. 30 und vgl. a. S. 65.

⁷⁸ Vgl. hierzu den Sammelband von Ana Ofak und Philipp von Hilgers, Hrsg. *Rekursionen. Von Faltungen des Wissens*. München: Fink, 2010.

⁷⁹ Aho, Hopcroft und Ullman, *Design and Analysis of Computer Algorithms*, S. 44, meine Hervorhebungen.

Die Informatiker unterscheiden demnach zwischen dem *divide and conquer* als einer *effizienten* Technik und ihrer möglichen *Implementation* mittels Rekursionen als tatsächlich programmierten Selbstaufrufen einer Subroutine. Solcherart explizit programmierte Rekursionen führen nicht per se zu einer besseren Laufzeiteffizienz, sondern dienen hauptsächlich der konzeptionellen Vereinfachung des Quelltexts für menschliche Programmierer, weil auf diese Weise große Teile der „Buchführung“, also der Details des Algorithmienablaufs an den Compiler delegiert werden können. Ein optimierender Compiler kann während der Übersetzung des Algorithmus in Maschinensprache entscheiden, ob eine *iterative* Variante über eine programmierte Schleife für das zu lösende Problem vielleicht effizienter ist als ein vom Programmierer vorgeschlagener rekursiver Selbstaufwurf.⁸⁰ Der Begriff der programmierten Rekursion droht damit jedoch zu sehr auf eine Systemoperation zu verweisen – eine Subjekt-Objekt-Relationen zwischen dem Programmierer und dem Algorithmus – anstatt dessen charakteristische interne Grundoperation, die zentrale Objekt-Objekt-Relation zu beleuchten, die die Beschleunigung ermöglicht.⁸¹ Im historischen Fall der oben bereits zitierten FORTRAN-Implementierung der FFT konnte Cooley den beschriebenen Vorteil, den Rekursionen in der Programmierung bedeuten, ohnehin nicht nutzen, da Selbstaufwürfe in FORTRAN-Untersubprogrammen um 1965 schlicht noch nicht erlaubt waren, wie ein entsprechendes Handbuch verrät: „A subprogram can call on other subprograms as long as it does not call itself and as long as two subprograms do not call each other.“⁸²

Ein weiteres gewichtiges Argument für eine Unterscheidung zwischen *divide and conquer* und Rekursion ergibt sich aus der Mathematik und der theoretischen Informatik, wo der Rekursionsbegriff noch viel weitreichendere Implikationen hat, als es die simple Programmieretechnik vermuten ließe. So stellt die ungarische Mathematikerin Rózsa Péter im Jahr 1951 fest:

Ein nicht von Willkür geleitetes, überall und zu jeder Zeit wiederholbares Berechnungsverfahren muss mechanisch sein; und es hat sich herausgestellt, dass die mechanisch berechenbaren Funk-

⁸⁰ Dass iterative Formulierungen nicht selten laufzeiteffizienter sind, gilt sogar für viele Algorithmen, die in Programmierhandbüchern als klassische Beispiele für Rekursionen angeführt werden, z. B. für die Fibonacci-Folge: „Für den Aufruf von fibit[1000] [einer iterativen Implementation der Fibonacci-Folge] benötigt Mathematica etwa 1,7 Sekunden – die rekursive Version würde dazu Tausende von Jahren brauchen.“ Ziegenbalg, Ziegenbalg und Ziegenbalg, *Algorithmen*, S. 124.

⁸¹ Genau wie die Diskussion von Programmierparadigmen am Ende von Kapitel 3.1 oben auf S. 28.

⁸² Daniel Delbert McCracken. *A Guide to Fortran IV Programming*. [Erstveröffentlichung: 1965]. 2. Aufl. New York u. a.: Wiley & Sons, 1972, S. 173. In der Anmerkung zu diesem Satz auf derselben Seite lässt sich erkennen, dass die „greatest utility“ von programmierten Rekursionen zu dieser Zeit noch hauptsächlich „in nonnumerical applications, such as compiler programs, processing natural languages (such as English), and in operations on the symbols of mathematics as distinguished from their values“ gesehen wurde, jedoch gerade nicht für numerische Verfahren wie Fourier-Transformationen.

tionen von TURING mit den allgemein-rekursiven Funktionen identisch sind.⁸³

Eine solch globale Definition rekursiver Funktionen mag für eine allgemeine Medientheorie digitaler Objekte interessant sein, so wie sie der Informatiker und Medienwissenschaftler Yuk Hui vorgelegt hat. Dort sind Rekursionen nicht mehr lediglich mit Turings Universalmaschine von 1936 äquivalent, sondern werden gleich zum *fundamentalontologischen* Konzept aller digitalen Operationen erklärt: „*If consistency can be thought in terms of recursive functions, that means ontology no longer has priority over operation but the order is reversed*“.⁸⁴ Für den hiesigen Versuch, auf objektorientierter Ebene ein Charakteristikum von schnellen Algorithmen präzise herauszuarbeiten, ist damit aber nichts gewonnen. Denn wenn sich *alle* Algorithmen, auch die ineffizientesten, rekursiv formulieren und auch programmieren lassen, ist damit nur wenig über die algorithmische Beschleunigung der FFT gesagt.

Anstelle des zu weit reichenden Rekursionsbegriffs wird die algorithmische Beschleunigung der FFT also besser mit dem Prinzip des *divide and conquer* greifbar. Diese Bezeichnung erlaubt es, den zeitkritischen Vorteil der damit entworfenen schnellen Algorithmen auf den Punkt zu bringen, unabhängig davon, ob sie nun rekursiv oder iterativ implementiert werden. Ihre Beschleunigung ziehen sie jeweils aus der wiederholten Verkleinerung der zu verarbeitenden Datenmenge, wodurch insgesamt weniger Rechenoperationen nötig sind als bei der Verwendung eines naiven Algorithmus und seine Laufzeit so auch bei großen Eingangsdatenmengen *beherrschbar* bleibt.⁸⁵ Der aus der Programmierpraxis der 1970er Jahre stammende Name *divide and conquer* beschreibt jenes Prinzip, das der FFT und anderen schnellen Algorithmen ihre *algorithmische Beschleunigung* ermöglicht, sich gleichzeitig jedoch jedem nicht mathematisch oder computerwissenschaftlich geschultem Blick in den Quellcode entzieht. Aufgabe von *alien phenomenologists* ist laut Bogost in diesem Fall die Konstruktion einer *carpentry*, die den operativen Zeitgewinn der FFT stattdessen im praktischen Vollzug erfahrbar macht.

Im Internet finden sich durchaus Beispiele, die es auch mathematischen Laien ermöglichen, anhand von Animationen die beschriebenen Schritte der klassischen diskreten Fourier-Transformation nachzuvollziehen (siehe Abbildung 5.3). Doch genau wie der eingangs dieses Kapitels beschriebene Analogrechner von Michelson und Stratton erläutern diese interakti-

⁸³ Rózsa Péter. *Rekursive Funktionen*. Budapest: Akademischer Verlag, 1951, S. 169.

⁸⁴ Yuk Hui. *On the Existence of Digital Objects*. Minneapolis und London: University of Minnesota Press, 2016, S. 239.

⁸⁵ Ob *divide-and-conquer*-Algorithmen effizient sind oder nicht, hängt gerade mit der Art dieser Teilung zusammen: „Das Prinzip ‚Teile und Herrsche‘ funktioniert dann am besten, wenn die Aufteilung des zu zerlegenden Objekts in zwei etwa gleich große Teilobjekte gelingt.“ Ziegenbalg, Ziegenbalg und Ziegenbalg, *Algorithmen*, S. 129. Aho, Hopcroft und Ullman nennen dieses Prinzip ausgewogener Teilung der Eingangsdaten *balancing*, vgl. *Design and Analysis of Computer Algorithms*, S. 65 ff.

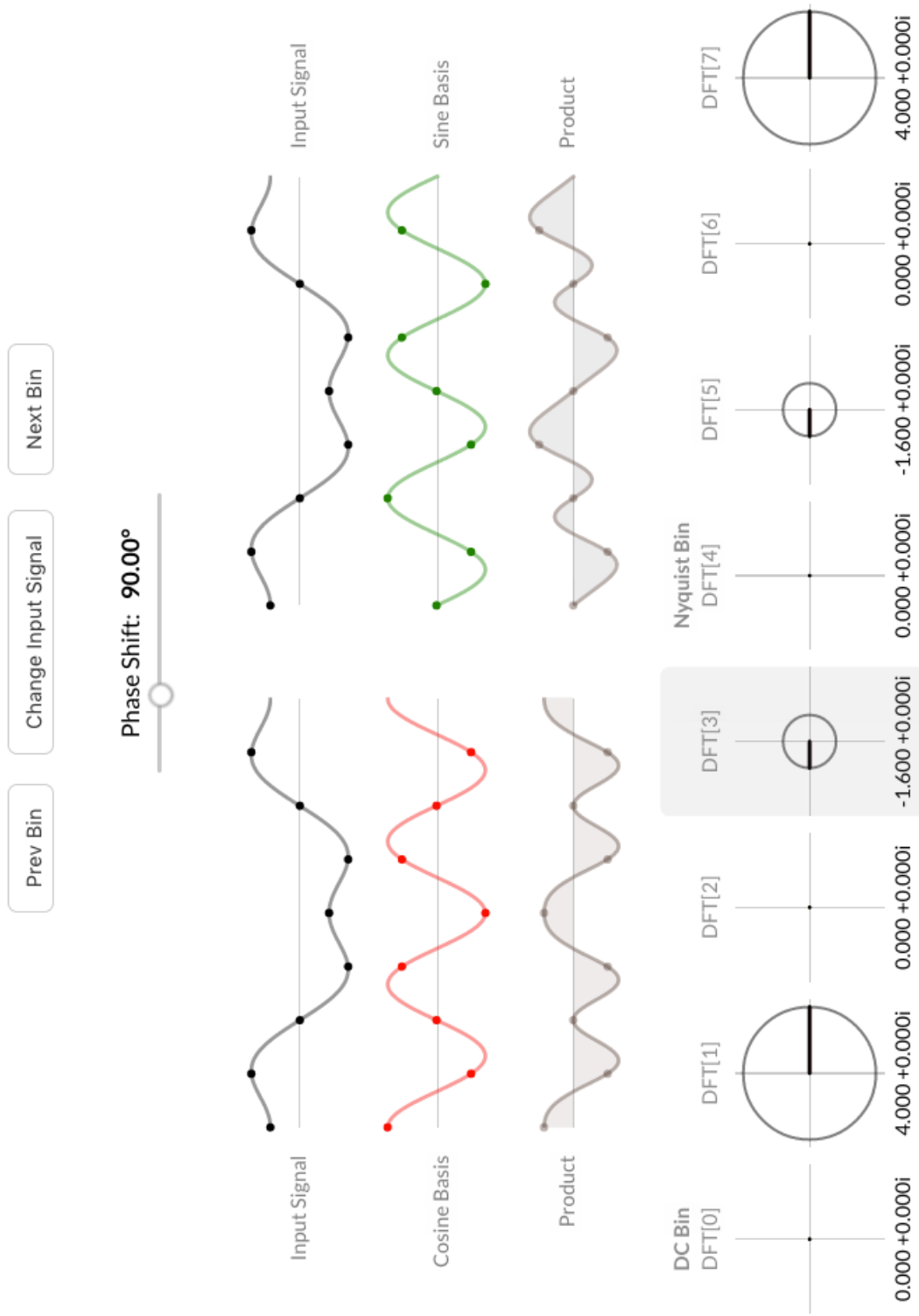


Abbildung 5.3: Schaedlers interaktive DFT-carpentry. Meine Bildschirmaufnahme.

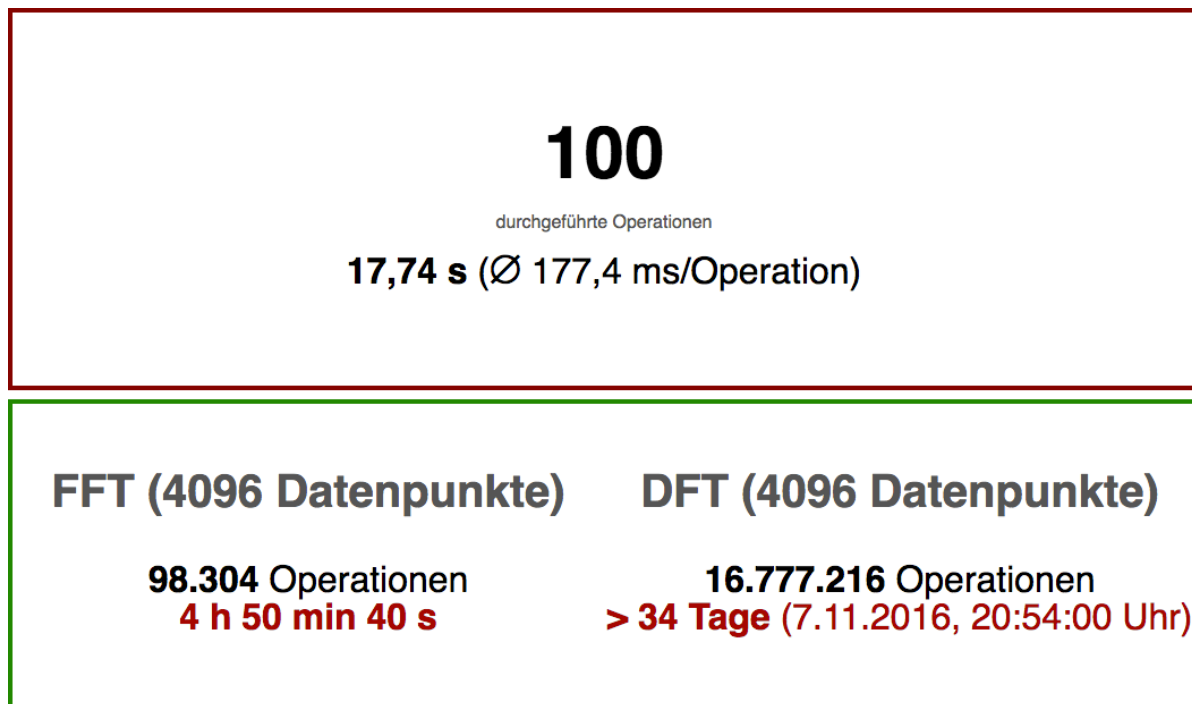


Abbildung 5.4: Eigens erstellte Software-*carpentry*, die den Zeitgewinn von *divide-and-conquer*-Algorithmen erfahrbar macht. Beispiellauf am 4. Oktober 2016, 11 Uhr.

ven Diagramme zwar die im vergangenen Kapitel beschriebene Grundoperation der Sinusmultiplikation oder Modulation, scheitern jedoch daran, die algorithmische Beschleunigung einer FFT gegenüber der klassischen DFT greifbar zu machen. Versuchsweise wurde daher im Rahmen dieser Arbeit ebenfalls eine interaktive Software entwickelt, die stattdessen den Zeitgewinn von *divide-and-conquer*-Algorithmen wie der FFT erfahrbar machen soll. In dieser kleinen, im Webbrowser laufenden Software sollen 100 „Operationen“ im Sinne Cooleys und Tukeys durchgeführt werden, indem so schnell wie möglich hintereinander die Leertaste betätigt wird. Die dafür benötigte Zeit wird gemessen und daraus eine durchschnittliche Operationsdauer ermittelt. Mit dieser wird hochgerechnet, wie viel Zeit eine in heutigen Anwendungen übliche DFT über 4096 Abtastwerte in Anspruch nehmen würde – per schneller FFT und mit dem naiven Algorithmus. So wird anhand der abschließend angezeigten Zeitangaben sichtbar, welche massive Zeitersparnis der Einsatz des *divide-and-conquer*-Prinzips in der FFT gegenüber der klassischen DFT bringt: Im abgebildeten Beispiel stehen rund fünf Stunden reine „Tippzeit“ mehr als einem ganzen Monat gegenüber (siehe Abbildung 5.4).

Gleichzeitig verdeutlichen diese Beispiele nochmals die epistemologische Grenze von *carpentries* nach dem Vorbild von Bogosts *Alien Phenomenology*. Auch wenn anhand dieser präparierten Objekte das Wirken einzelner, andernfalls nicht wahrnehmbarer Grundope-

rationen experimentell erfahrbar gemacht werden kann, bleiben andere stets verdeckt. Der Versuch der *divide-and-conquer-carpentry* verdeutlicht zwar den Zeitgewinn entsprechender Verfahren; und dies gegenüber der diagrammatischen, aber statischen Abbildung 5.2 mit Tabelle und Graph, sogar dynamisch und interaktiv, weil sich die Auswirkungen verschiedener Operationsgeschwindigkeiten – langsames *versus* schnelles Tippen – in konkrete Rechenzeiten übersetzen lassen. Sie erlaubt allerdings keinerlei Aussagen über den üblichen Einsatz einer Fourier-Transformation als Algorithmus zur Frequenzanalyse oder -synthese von digitalen Signalen, wie es die Beispiele von Schaedler, Michelson und Stratton tun, eben weil die *carpentry* nur eine einzelne Grundoperation hervorhebt. Dennoch kann das hiesige Untersuchungsergebnis abschließend medienarchäologisch fruchtbar gemacht werden, wenn anhand des zeitkritischen Effekts des *divide-and-conquer*-Prinzips Bogosts Begriff der Grundoperation infrage gestellt wird.

Das Entwurfsprinzip *divide and conquer* hat nach seiner Popularisierung unter Programmierern durch Aho, Hopcroft und Ullman sowohl in der angewandten wie auch der theoretischen Informatik immens an Bedeutung gewonnen.⁸⁶ Der historische Beginn der *Komplexitätstheorie*, wie die systematische Analyse von schnellen Algorithmen in der theoretischen Informatik heißt, wird zumeist mit dem Erscheinen eines Aufsatzes von Juris Hartmanis und Richard Stearns im Jahr 1965 gleichgesetzt, die dafür wiederum auf Turingmaschinen zurückgreifen: „The computational complexity of a sequence is to be measured by how fast a multitape Turing machine can print out the terms of the sequence.“⁸⁷ Die Autoren schlagen die Einteilung von Algorithmen in verschiedene Komplexitätsklassen vor, entsprechend der benötigten Zeit- und Speicherressourcen.⁸⁸ Der Unterschied zwischen quadratischem und linearem Operationswachstum wird somit erst Mitte der 1960er Jahre auf seinen heutigen theoretischen Begriff gebracht,⁸⁹ sodass es auf den ersten Blick kaum verwunderlich ist, dass sich die Bezeichnung *divide and conquer* für das herausgearbeitete zeitkritische Entwurfsprinzip der FFT und anderer laufzeiteffizienter Algorithmen erst in den 1970er Jahren

⁸⁶ Mit der prominenten Ausnahme von Gauß' Ur-FFT ist ein Großteil der genannten schnellen Algorithmen erst für und auf Digitalcomputern entwickelt und in großem Maßstab eingesetzt worden. Der oben angesprochene schnelle Multiplikationsalgorithmus wurde 1962 vom russischen Mathematiker Anatoli Karazuba vorgestellt, vgl. z. B. Shintaro Miyazaki, *Algorhythmisiert. Eine Medienarchäologie digitaler Signale und (un)erhörter Zeiteffekte*. Berlin: Kadmos, 2013, S. 26. Für die historischen Details zu schnellen Sortieralgorithmen, vgl. Knuth, *Sorting and Searching*, Kapitel 5.5, „Summary, History, and Bibliography“, S. 380 ff.

⁸⁷ Juris Hartmanis und Richard Edwin Stearns. „On the Computational Complexity of Algorithms“. In: *Transactions of the American Mathematical Society* 117 (Mai 1965), S. 285–306, hier S. 285.

⁸⁸ Vgl. a. Miyazaki, *Algorhythmisiert*, S. 25 ff.; Ziegenbalg, Ziegenbalg und Ziegenbalg, *Algorithmen*, S. 167.

⁸⁹ Vgl. Hartmanis und Stearns, „On the Computational Complexity of Algorithms“, S. 297. Die Autoren leiten hier die algorithmischen Komplexitätsklassen anhand von Turingmaschinen unterschiedlich gearteten Speicherbändern ab, u. a. sprechen sie von zweidimensionalen Speicherflächen bei einer quadratischen Komplexität.

unter Informatikern etabliert hat.

Das medienarchäologische Beispiel von Gauß' und Stumpffs Schemata hat jedoch gezeigt, dass die erfolgreiche Suche nach einer schnellen Fourier-Transformation der Rechenpraxis entstammt und keiner theoretischen, systematischen Herangehensweise bedurfte. Medienarchäologisch ist es also nicht verwunderlich, dass auch der praktische Einsatz des *divide-and-conquer*-Prinzips in der Computerprogrammierung früher begann, als es seine Benennung in den 1970er Jahren vermuten lässt.⁹⁰ Bereits vor dem Erscheinen von Aho, Hopcroft und Ullmans Programmierhandbuch wird *divide and conquer* nicht nur in der FFT vielfältig angewandt. Dies kann vor allem ein Algorithmus verdeutlichen, der laut den Autoren ebenfalls nach dem *divide-and-conquer*-Prinzip entworfen wurden: der heute sogenannte *merge-sort*-Algorithmus. Wie Donald Knuth erläutert, gehört dieser im Jahr 1945 durch John von Neumann entwickelte Algorithmus zu den ersten Programmen, die für einen tatsächlich konstruierten Digitalcomputer auch praktisch realisiert wurden, womöglich handle es sich gar um „the earliest extant program for a stored program digital computer.“⁹¹ Wie ein drei Jahre später von Goldstine und von Neumann zunächst nur intern veröffentlichter Bericht verlauten lässt, waren die Ingenieure des EDVAC zu dieser Zeit auf der Suche nach „kombinatorischen Problemen“, mit denen sie die logischen Teile der Computerhardware und den entsprechenden Instruktionssatz auf Vollständigkeit und Tauglichkeit prüfen konnten:

In this chapter, we consider problems of a combinatorial, and not analytical character. This means that properly calculational (arithmetical) parts of the procedure will be very simple (indeed almost absent), and the essential operations will be of a logical character. [...] Consequently, these problems provide tests for the efficiency of the non-arithmetical parts of the machine: The memory and the logical control.⁹²

Für einen Effizienztest des EDVAC-Instruktionssatzes bot sich das Sortierproblem an, denn hier lieferte „the existence of IBM's special purpose machines for sorting [...] a standard against which he [von Neumann] could measure the proposed computer's speed.“⁹³ Auf den

⁹⁰ Als allgemeine Heuristik zur Lösung schwieriger mathematischer Probleme ist um 1945 unter dem Titel *decomposing and recombining* ein ähnlich anmutendes Verfahren bekannt. Vgl. George Pólya. *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method*. [Erstveröffentlichung: 1945]. 2. Aufl. Princeton: University Press, 1988, S. 75–85.

⁹¹ Donald Ervin Knuth. „Von Neumann's First Computer Program“. In: *Computing Surveys* 2.4 (Dez. 1970), S. 247–260, hier S. 247.

⁹² Herman Heine Goldstine und John von Neumann. „Planning and Coding of Problems for an Electronic Computing Instrument, Part II, Vol. 2“. [Erstveröffentlichung: 15. Apr. 1948]. In: *John von Neumann. Collected Works*. Bd. 5: *Design of Computers, Theory of Automata and Numerical Analysis*. Hrsg. von Abraham Haskel Taub. Oxford u. a.: Pergamon Press, 1963, S. 152–214, hier S. 196.

⁹³ Knuth, „Von Neumann's First Computer Program“, S. 247. Diese Maschinen waren zum Sortieren von Hollerith-Lochkarten entworfen worden und dienten seit den 1880er Jahren z. B. zur Auswertung US-amerikanischer Volkszählungen. Vgl. hierzu z. B. Knuth, *Sorting and Searching*, S. 383 ff.

besagten Sortiermaschinen ist der Sortiervorgang in zwei Teilprozesse zerlegt: in den eigentlichen Sortierprozess (*sorting*), der nach dem oben erwähnten *radix-sort*-Verfahren funktioniert, und in einen zweiten Schritt (*merging* oder *meshing*), der die Teilstapel wieder zu einem einzigen Stapel zusammenführt. Dieses Zusammenführen ist der mechanisch einfacher zu realisierende der beiden Schritte, da die einzelnen Teilstapel bereits sortiert sind. Und genauso gingen Goldstine und von Neumann ihr Sortierproblem an: „We consider first Problem 14 [Meshing] which is the simpler one, and whose solution can be conveniently used in solving Problem 15 [Sorting].“⁹⁴ Die beiden Computerpioniere erkannten beim Lösen des Zusammenführproblems *praktischerweise*, dass zum effizienten Sortieren eigentlich gar keine aufwendige Sortierroutine nötig ist. Stattdessen kann der ganze Prozess einzig durch die Zusammenführoutine gelöst werden, denn jeder einzelne Wert, der eine Sequenz der Länge 1 darstellt, ist bereits sortiert. So besteht ihr ganzer Sortieralgorithmus darin, *bereits sortierte* Teilsequenzen zu immer größeren, sortierten Sequenzen zusammenzuführen. In ihren Worten: „Hence we can, beginning with these monotone intervals of length 1, build up monotone intervals of successively increasing length, until the maximum length n is reached, i. e. the permutation of S at hand is monotone as a whole.“⁹⁵

Im *merge-sort*-Algorithmus sorgt demnach die gleiche Programmierstrategie für eine algorithmische Beschleunigung wie im FFT-Algorithmus.⁹⁶ Objektorientiert betrachtet führt hier wie dort die strikte Anwendung des *divide-and-conquer*-Prinzips dazu, dass der Quellcode des durchzuführenden Algorithmus seinen intuitiv erwartbaren Charakter verliert. Im Quellcode von *merge sort* beläuft sich die gesamte Sortierroutine darauf, von zwei bereits sortierten Stapeln den jeweils kleineren oder größeren Wert auszuwählen, je nachdem, ob auf- oder absteigend sortiert werden soll. Genauso muss bei einer schnellen Fourier-Transformation der klassische Algorithmus mit quadratisch wachsender Anzahl an Modulationsoperationen nicht mehr durchgeführt werden. Stattdessen reichen $2N \log_2 N$ Phasenverschiebungen oder Vektorrotationen aus, wodurch die asymptotische Laufzeit auch bei großen Eingangsdatensmengen *beherrschbar* bleibt.

Medienarchäologisch lässt sich an diesem Beispiel festhalten, dass Strategien wie *divide and conquer*, wenn auch um 1945 noch nicht so genannt, gleichursprünglich mit den ersten tatsächlich gebauten Digitalcomputern das asymptotische Laufzeitverhalten von implementierten Algorithmen operativ festlegten.⁹⁷ Den Anfang aller zeitkritischen Demonstrations-

⁹⁴ Goldstine und von Neumann, „Planning and Coding“, S. 197.

⁹⁵ Ebd., S. 203.

⁹⁶ Analog zur FFT reduziert *merge sort* die Zeitkomplexität des Sortierproblems von einer quadratischen auf eine linearithmische, laut Knuth von asymptotisch „ $3N^2$ “ auf „ $14.4N \ln N$ “, vgl. Knuth, *Sorting and Searching*, S. 382, Tab. 1.

⁹⁷ Gegenüber den mechanischen IBM-Sortiermaschinen nahmen Goldstine und von Neumann für ihren Sor-

programme, die laut Claus Pias in den 1960er Jahren als *hacks* üblich werden und dazu dienen, „die Leistungsfähigkeit von Computern selbst zu zeigen [...] und Interaktionen in Echtzeit zu implementieren“,⁹⁸ macht demnach um 1945 *merge sort*, dessen asymptotische Laufzeit genau wie die FFT durch das *divide-and-conquer*-Prinzip bestimmt ist. Goldstine und von Neumann geben zur Abschätzung der Geschwindigkeit ihres Sortieralgorithmus dann auch entsprechende Formeln an, die den späteren Angaben in der Komplexitätstheorie nahekommen:

The meshing and sorting speeds [...] are best expressed in terms of msec per complex or of complexes per minute. The number of complexes in these two problems is $n + m$ and n , respectively, hence the number of msec per complex is $\approx 0.6(p + 2)$ and [...] $\approx 0.6(p + 2.3)\langle^4 \log n\rangle$, respectively.⁹⁹

Goldstine und von Neumann berücksichtigen hier die absoluten Instruktionsdauern des EDVAC und machen folglich bereits maschinenspezifische Angaben, indem sie numerisch ausgerechnete Koeffizienten angeben. In heutigen Komplexitätsangaben wird jedoch ein wichtiger Unterschied gemacht:

Bei der Betrachtung von Effizienzfragen gibt es [...] *systemspezifische* Aspekte und systemunabhängige *algorithmenspezifische* Aspekte. Die systemspezifischen Aspekte ändern sich sehr schnell mit dem (Generations-) Wechsel der Computersysteme. Die algorithmenspezifischen Aspekte sind dagegen „zeitlos“.¹⁰⁰

In der modernen Komplexitätstheorie wird für Algorithmen kein *Zeitbedarf*, sondern nur ein *Operationsbedarf* genannt. Angaben wie N^2 oder $2N \log_2 N$ erfolgen demnach unabhängig von der in der tatsächlichen Ausführung realisierten *Laufzeit* oder *Rechenzeit* – die Ernst mit den Begriffen *Eigenzeit*, *Medienzeit* und *Maschinenzeit* fasst.¹⁰¹ „Im Rahmen der Komplexitätstheorie wird Zeit überhaupt nicht mehr in absoluten Sekunden angegeben, sondern relativ zur Eingabelänge.“¹⁰² Damit kann abschließend festgehalten werden, dass das Zeitverhalten eines schnellen Algorithmus wie der FFT, seine Objektwahrnehmung oder *alien phenomenology* im Sinne Bogosts, durch genau zwei Merkmale bestimmt wird: Durch die

tieralgorithmus auf dem EDVAC eine 15- bis 150-fache Beschleunigung an. Vgl. Goldstine und von Neumann, „Planning and Coding“, S. 213.

⁹⁸ Claus Pias. *Computer Spiel Welten*. [Erstveröffentlichung: München: Sequenzia, 2002]. 2. Aufl. Zürich: Diaphanes, 2010, S. 84.

⁹⁹ Goldstine und von Neumann, „Planning and Coding“, S. 212. Das „ p “ steht für die Länge der zusammenzuführenden Sequenzen in Bits. Diese Wortlängen hatten einen kritischen Einfluss auf die Laufzeit, da von ihnen die Zugriffszeit auf den strikt bitseriellen Speicher des EDVAC (*mercury delay lines*) abhing.

¹⁰⁰ Ziegenbalg, Ziegenbalg und Ziegenbalg, *Algorithmen*, S. 168.

¹⁰¹ Vgl. z. B. Ernst, *Chronopoetik*, S. 321 f. Zu Ernsts Maschinenzeitbegriff siehe auch den entsprechenden Abschnitt am Beginn dieses Kapitels auf S. 78 f.

¹⁰² Ernst, *Chronopoetik*, S. 341.

Menge N der zu transformierenden Daten und durch eine von dieser Menge abhängende charakteristische Größe aus der Komplexitätstheorie, in diesem Fall $2N \log_2 N$. Diese Größe wird wesentlich durch die Anwendung von zeitkritischen Entwurfsstrategien wie dem *divide and conquer* mitbestimmt. Die Laufzeit eines Algorithmus kann mithin solange als „zeitlos“ oder besser *zeitrelativ* gelten, wie sie noch nicht tatsächlich auf einer Rechenmaschine im Sinne Turings – einem Digitalcomputer oder einem Menschen „der gerade eine reelle Zahl berechnet“¹⁰³ – in Vollzug gesetzt, also mit einer konkreten Operationsdauer multipliziert wird, wie es im obigen *carpentry*-Versuch anhand der durchschnittlichen Tippgeschwindigkeit geschieht.

Um diesen Unterschied zwischen der zeitrelativen und der tatsächlichen, in Vollzug gesetzten Laufzeit auch begrifflich zu fassen, wird an dieser Stelle dafür plädiert, Ernsts medienarchäologisches Zeitbegriffsrepertoire im Falle der Untersuchung von Algorithmen um eine dezidiert *algorithmische Zeit* zu erweitern. Denn auch wenn Algorithmen von Euklid bis zur FFT und darüber hinaus zunächst „zeitlos“ erscheinen, erlauben algorithmische Verfahren wie *divide and conquer* dennoch einen Zugriff auf respektive einen Eingriff in diese algorithmische Zeit, sodass sich ihre Laufzeit nicht erst im eigentlichen Vollzug der Transformation ergibt, sondern zu diesem Zeitpunkt anhand der Größe der Eingangsdatenmenge bereits zu einem großen Teil vorbestimmt ist. Diese Tatsache legitimiert die Bezeichnung von *divide and conquer* und ähnlichen Prinzipien als *Grundoperationen* im Sinne Bogosts, weil sie einen Anteil an der zeitlichen *alien phenomenology* des Algorithmus haben.

Um diesen Aspekt präziser hervorzuheben, müsste Bogosts Begriff der *unit operation* für Entwurfsprinzipien wie *divide and conquer* zeitkritisch erweitert werden. Diejenigen Grundoperationen, die das Laufzeitverhalten von Algorithmen maschinenunabhängig definieren und mitbestimmen, könnten versuchsweise *time unit operations* genannt werden.¹⁰⁴ Doch die Bezeichnung eines algorithmischen Entwurfsprinzips als *Grundoperation* ist unbefriedigend, da sich im Quellcode der FFT keine konkrete *divide-and-conquer*-Rechenoperation findet. In diesem klassischen Wortsinn wurden für die FFT die Phasenverschiebungen identifiziert. Anstatt sperrig und ungenau von *time unit operations* zu sprechen, kann für den laufzeitkritischen Effekt algorithmischer Entwurfsprinzipien jedoch ein in dieser Arbeit schon häufig verwendeter, mathematischer Begriff herangezogen werden: der eines *Koeffizienten* der algorithmischen Zeit.

Dabei interessiert vor allem die etymologische Bedeutung des aus dem Lateinischen stam-

¹⁰³ Turing, „Über berechenbare Zahlen“, S. 20.

¹⁰⁴ Als die vorliegende Arbeit am 22. Juni 2016 im Kolloquium „Medien, die wir meinen“ vorgestellt wurde, schlug Wolfgang Ernst aus einem ähnlichen Gedanken heraus vor, Bogosts *unit operations* in *operational units* umzubenennen, um auf ihr zeitkritisches Operieren hinzuweisen.

menden Koeffizientenbegriffs, der vermutlich gegen Ende des 16. Jahrhunderts von François Viète, einem Wegbereiter der modernen Algebra, gebildet wurde. Die Vorsilbe *co-* steht für *mit-* und *-efficient* stammt vom Verb *efficio*, zu dessen Übersetzungen *bewirken* gehört.¹⁰⁵ Ein Koeffizient hat demnach einen *mitbewirkenden* Effekt: „A co-efficient (like a co-worker) works together with something else to bring about a final result.“¹⁰⁶ Das *divide-and-conquer*-Prinzip ließe sich so mit Heidegger – im Sinne der vierten Ursache der philosophischen Kausalitätslehre, der „*causa efficiens*“ – auch als „mitschuld“ am *zeitkritischen* „Anwesen“, am „Her-vor-bringen“ der Laufzeit schneller Algorithmen erläutern.¹⁰⁷ Auf diese Weise als *Zeit-Koeffizient* verstanden, hat das *divide-and-conquer*-Prinzip demnach einen wesentlichen Anteil an der algorithmischen Zeit der FFT. Es handelt sich also weniger um eine *Operation*, die im Quelltext oder in einer *carpentry* isoliert werden könnte, als vielmehr um einen zur Eingangsdatenmenge relativen Faktor. So wie ein Fourier-Koeffizient als Amplitudenwert angibt, welchen Anteil eine Grundfrequenz am Gesamtklang hat, legen *divide and conquer* und andere *Zeit-Koeffizienten* eines Algorithmus fest, welchen Einfluss die Eingangsdatenmenge auf seine Laufzeit hat.

Das Operationsanzahl-Diagramm (Abbildung 5.2) kann den Effekt dieses Zeit-Koeffizienten nur indirekt verdeutlichen, nämlich in Differenz zum DFT-Algorithmus, dessen „Koeffizient“ aus einer anderen Komplexitätsklasse stammt.¹⁰⁸ Auch die objektorientierte *carpentry* (Abbildung 5.4) vermag die Wirkung dieses Zeit-Koeffizienten auf die *algorithmische Zeit* nur anzudeuten. Die ausmultiplizierten Operationsanzahlen werden zwar bereits zu Beginn der *carpentry* angegeben, ihre realen Zeitkonsequenzen werden jedoch erst am Ende der 100 Tippoperationen verständlich, nachdem der Unterschied zwischen FFT und DFT in menschenlesbaren Zeitdauern angegeben wird, also von ihren algorithmischen in konkrete Laufzeiten umgerechnet wurde. In einem medienarchäologischen Sinne die *algorithmische Zeit* unabhängig von maschinenspezifischen Operationsdauern beeinflussend, ist dieser Effekt mit dem Begriff des Zeit-Koeffizienten objektorientiert jedoch präziser umschrieben als mit Bogosts hier eher missverständlichem Begriff der Grundoperation.

¹⁰⁵ Karl Ernst Georges. *Ausführliches lateinisch-deutsches Handwörterbuch*. 8. Aufl. Bd. 1. Hannover: Hahnsche Buchhandlung, 1913, Sp. 1289 (Eintrag *com*) und Sp. 2349 (Eintrag *ef-ficio*).

¹⁰⁶ Steven Schwartzman. *The Words of Mathematics. An Etymological Dictionary of Mathematical Terms Used in English*. Washington: Mathematical Association of America, 1994, S. 48 (Eintrag *coefficient*).

¹⁰⁷ Martin Heidegger. „Die Frage nach der Technik“. [Erstveröffentlichung: 1953]. In: Ders. *Gesamtausgabe*. Bd. 7: *Vorträge und Aufsätze*. Frankfurt a. M.: Klostermann, 2000, S. 5–36, hier S. 11 f.

¹⁰⁸ In seiner heutigen mathematischen Bedeutung ist der Koeffizientenbegriff nur als *multiplikativer Faktor* üblich, nicht jedoch als *Exponent*, wie bei der DFT (N^2). Die hiesige *medienarchäologisch-objektorientierte* Verwendung des Begriffs ist jedoch der etymologischen und nicht der mathematischen Bedeutung entlehnt. Egal ob ein quadratisches oder lineararithmisches Wachstum resultiert, als Koeffizient verstanden hat es einen Zeiteffekt.

6 Fazit

Die vorliegende Arbeit ging von der Grundhypothese aus, dass der in der Medienwissenschaft allgegenwärtige Begriff des Algorithmus einer fundierteren medientheoretischen Diskussion bedarf, um medienwissenschaftliche Aussagen über das Wirken von Algorithmen zu präzisieren. Dieser Annahme lag die Beobachtung zugrunde, dass in den *Digital Humanities*, den *Software Studies* und vielen anderen Strömungen der Medien- und Kulturwissenschaft zwar ständig über Algorithmen und ihre Auswirkungen geschrieben wird, die Algorithmen selbst dabei jedoch bestenfalls als nützliche Werkzeuge betrachtet werden, mit denen sich kulturelle Analysen besser, schneller und über größere Datenmengen erstrecken können als je zuvor, oder gar nur die Rolle eines diffusen Symptoms für gesellschaftliche, soziale und theoretische Revolutionen einnehmen. Das Ziel jeder medientheoretischen Beschäftigung mit einem technomathematischen Gegenstand muss es jedoch sein, „sich wohldefiniert gegenüber einem inflationären, außer Rand und Band geratenen Medienbegriff zu profilieren.“¹ Daher begann diese Arbeit in Kapitel 2 mit der Ausarbeitung einer medienarchäologisch präzisen Arbeitsdefinition der zentralen Eigenschaften eines Algorithmus anhand von Jochen, Oliver und Bernd Ziegenbalgs populär- sowie Donald Knuths computerwissenschaftlicher Definition. Diese geht direkt auf die Eindeutigkeit und Endlichkeit der Rechenschritte, die Beschaffenheit der Ein- und Ausgabedaten und die damit zusammenhängende Effektivität von Algorithmen ein.

Bevor zur Analyse der Fourier-Transformationsalgorithmen geschritten wurde, die dieser Arbeit ihren Titel geben, stand in Kapitel 3 zunächst die Objektorientierte Ontologie im Mittelpunkt. Durch die Anwendung ihrer Methodik sollte erreicht werden, Fouriers klassischen Algorithmus zur Bestimmung eines Koeffizienten der Fourier-Reihe und die FFT tatsächlich als reale Objekte im Sinne Harmans, als in digitalen Computern oder rechnenden Menschen aktiv operierende Entitäten, in den Blick zu bekommen. Neben Knuths zunächst recht nüchterner Aufzählung der Eigenschaften von Algorithmen lag dem Einbezug der objektorientierten Perspektive also die medienarchäologische Annahme zugrunde, dass Algorithmen

¹ Wolfgang Ernst. *Medienwissen(schaft) zeitkritisch. Ein Programm aus der Sophienstraße*. [Antrittsvorlesung, 21. Okt. 2003]. Hrsg. von Jürgen Mlynek. Öffentliche Vorlesungen 126. Berlin: Humboldt-Universität, 2004. URL: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:kobv:11-10031141> (besucht am 15. 11. 2016), S. 5.

ihre *operative* medientheoretische Bedeutung vor allem *im Vollzug* preisgeben, anstatt als statische Textgattung lediglich eine maschinen- und programmiersprachenunabhängige Beschreibungsförm für Computercode zu sein.² Mit Bogosts Begriff der *unit operations*, der Grundoperationen, und seiner Methode der *carpentry*, dem philosophischen Zimmern, wurden zwei Konzepte seiner angewandten OOO vorgestellt, die es erlauben sollten, Aussagen über die Eigenschaften, Effekte und Relationen jeglicher Objekte in technischen Medien zu machen, ohne dabei in die korrelationistische Falle zu tappen und stets nur ihr Verhältnis zu menschlichen Subjekten im Blick zu haben.

Das Konzept der OOO sollte in den anschließenden zwei Hauptkapiteln 4 und 5 jedoch nicht blind angewandt werden, sondern ihr Vermögen, eine techniknahe Medienarchäologie effektiv zu unterstützen, stets auch kritisch reflektiert werden. Diese Kritik sollte nicht ideologisch erfolgen, so wie einige Medienwissenschaftler gegen den Spekultativen Realismus argumentieren,³ sondern tatsächlich auf die begriffliche Genauigkeit und den praktischen Nutzen für die Medienarchäologie hin ausgerichtet sein. Morten Riis proklamiert eingangs der objektorientierten Analyse seines modifizierten Kassettenrekorders, dass „Bogost’s applied ontology or carpentry pairs well with the micro-temporal analysis and close observation and interaction with rudimentary aspects of technological objects found in the media archaeology of Wolfgang Ernst.“⁴ Dieses Urteil ergibt sich für Riis anhand von Ernsts Mikrozeitbegriff, der den medienarchäologischen Blick auf die konkreten Medienfunktionen lenkt, die unabhängig von jeglicher historischer Zeit technologisch operativ wiederholt werden können: „Technical repeatability leads to the option of an almost ahistorical function reenactment; the experience of high-tech media time is closer to experimenting in natural sciences than to the historicist idea of empathetic history.“⁵ Ernsts Überzeugung, dass beim medienarchäologischen *re-enactment* grundlegender Medienfunktionen „the performance is as good

2 Von dieser Verbindung zwischen sogenanntem *Pseudocode* und Algorithmen geht etwa David Berry aus: „[T]o explain how a particular piece of code works, and to avoid talking about a particular instantiation of a programming language, algorithms are written out in ‚pseudocode.‘ [...] That is, the algorithms allow the process to be described in a platform/language independent fashion, which can be understood as a pre-delegated code form.“ David Michael Berry. *The Philosophy of Software. Code and Mediation in the Digital Age*. Houndmills und New York: Palgrave Macmillan, 2011, S. 52.

3 So kritisiert bspw. Alexander Galloway die vermeintliche Blindheit des Spekultativen Realismus gegenüber dem Historischen Materialismus: „Thus the true poverty of the new [speculative] realism is not so much its naïve trust in mathematical reasoning and object-oriented architectures, but its inability to recognize that the highest order of the absolute, the totality itself, is found in the material history of mankind. [...] Thus to think the material is to spread one’s thoughts across the mind of history.“ Alexander R. Galloway. „The Poverty of Philosophy: Realism and Post-Fordism“. In: *Critical Inquiry* 39.2 (Winter 2013), S. 347–366, hier S. 366.

4 Riis, „Where are the Ears of the Machine?“

5 Wolfgang Ernst. „Toward a Media Archaeology of Sonic Articulations“. In: Ders. *Digital Memory and the Archive*. Hrsg. von Jussi Parikka. Minneapolis und London: University of Minnesota Press, 2013, S. 172–183, hier S. 275.

as the original, exactly because technologicis are technically operative and not culturally performative“,⁶ ist demnach vergleichbar mit Bogosts Bevorzugung der Grundoperationen von Objekt-Objekt-Relationen gegenüber den Systemoperationen von Subjekt-Objekt-Verhältnissen.⁷ Somit ist auch Ernsts Zuspitzung zum „operativen *re-enactment*“ auf einer Linie mit Bogosts Plädoyer für das Konstruieren von *carpentries*, die die zeitlichen Wahrnehmungen von technischen Objekten menschlichen Sinnen nachvollziehbar machen sollen:⁸

Re-enactment ist nicht nur eine experimentelle Form performativer Wiedererinnerung von Momenten menschlicher Geschichte; in Form von operativem *re-enactment* kommt das Moment genuiner Medienzeitlichkeit als non-humane Agentur ins Spiel. Historische Medientechnologie kann erst dann begriffen werden, wenn sie – wenigstens für Momente – wieder in Operation gesetzt wird, wie der Röhrencomputer Z22 am Zentrum für Kunst und Medientechnologie in Karlsruhe, als eine Form von operativer Präsenz der Vergangenheit. Denn Medien sind erst Medien im Vollzug.⁹

Tatsächlich gestaltete sich die medienarchäologische Analyse der Modulations-Grundoperation des Reihenalgorithmus aus Joseph Fouriers *Théorie Analytique de la Chaleur* in Kapitel 4 dann auch sehr nah an Bogosts *carpentry*-Konzept respektive medienarchäologischen, operativer *re-enactments*, deren Epistemologie „für die Erfahrung hochtechnischer Ereignisse näher an den Kriterien eines naturwissenschaftlichen Experiments denn an der historischen Idee von Geschichte“ liegt.¹⁰ So wurde in Kapitel 4.4 das wiederholte Auftauchen der Fourier'schen Modulationsoperation – von Leibniz' Modell der menschlichen Sinneswahrnehmung als mitschwingender Membran über Helmholtz', Mayers, Crum Browns und Taits hörphysiologische Sirenenexperimente hin zu deren Überführung in die frühen Telefonexperimente und schließlich ins elektronische, amplitudenmodulierte Radio – nachvollzogen. Bogost betont für seine häufig spielerisch daherkommenden *carpentries*, dass das oberflächliche, materielle Medium der dargestellten Grundoperation zweitrangig bleibt, solange zwischen beiden Ebenen eine enge Verbindung besteht: „If the fictional skin and the mechanical depth are tightly coupled, then the resulting game can offer a compelling account of an ontological domain.“¹¹ Diese Bedingung gilt für alle genannten Apparaturen, die als medienarchäologische Beispiele oder Vorlagen für heutige *carpentries* der Modulationsoperation vorgestellt wurden. In Ernsts Worten zusammengefasst, lässt sich sowohl in Leibniz' Gehirnmembran, im Kombinationston-Versuchsaufbau von Mayer als auch in Carsons Röhrendern jeweils eine operative Implementation und damit Transformation von Fouriers

⁶ Ernst, „Toward a Media Archaeology of Sonic Articulations“, S. 175.

⁷ Siehe Kapitel 3.1 oben ab S. 23.

⁸ Siehe Kapitel 3.2 oben ab S. 30.

⁹ Ernst, *Chronopoetik*, S. 372.

¹⁰ Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 200.

¹¹ Bogost, *Alien Phenomenology*, S. 53.

mathematischer Operation erkennen, „[...] eine Transformation des Originals zum Modell. Das zentrale ahistorische Kriterium verbleibt: ‚Performance‘ oder besser: Operativität als gleichursprüngliches *re-enactment*.“¹² Ob nun medienarchäologisch oder mit Bogosts Begriff der *carpentry* bezeichnet, die genannten historischen Beispiele – bis hin zu Michelsons und Strattons Analogrechner am Beginn von Kapitel 5 – verdeutlichen allesamt die Modulationsoperation aus Fouriers Algorithmus in nachkonstruier- und damit nachvollziehbaren materiellen, analogen Objekten.¹³

Das Fazit dieser ersten experimentellen Engführung von Medienarchäologie und Objekt-orientierter Ontologie zum Zwecke der genuin medienwissenschaftlichen Analyse eines Algorithmus fiel demnach überwiegend positiv aus, auch weil die Medienarchäologie selbst durch die Entdeckung objektorientierter Grundoperationen in Form von historischen *carpentries* handfeste Bestätigung erfährt. Denn erstens dient das wiederholte Auftauchen der Modulationsoperation in den Konzepten und Apparaten von Leibniz bis Carson als Beleg gegen eine allzu lineare Mediengeschichte des Radios aus Heinrich Hertz’ elektromagnetischen Wellenforschungen ab 1886. Und zweitens klingt in den angeführten akustischen Schwingungsmetaphern und hörphysiologischen Experimenten obendrein auch Ernsts medienarchäologische Theorie des Sonischen an, seine Annahme einer „[...] wesentliche[n] Klanghaftigkeit in der Technologie jener Medien selbst.“¹⁴

In Kapitel 5 wurde mit der FFT schließlich derjenige Algorithmus untersucht, der ab Mitte der 1960er Jahre das prominente praktische Beispiel für die etwa zeitgleich begonnene systematisch theoretische Auseinandersetzung mit *schnellen* Algorithmen in der Komplexitätstheorie darstellt, wie Cooley 1968 ahnt: „These are the beginnings, I believe, of a branch of computer science which will probably uncover and evaluate other algorithms for high-speed computers.“¹⁵ Die zu untersuchende Frage lautete, was genau die zeitkritische Effektivität dieses Algorithmus ausmacht oder, in Bogosts Begriffen, welche Grundoperation hinter seiner algorithmischen Beschleunigung gegenüber der naiven DFT steht und wie diese in Form einer *carpentry* hervorgehoben werden könnte. In der Analyse, die medienarchäologisch bei Gauß’ erster Beschreibung des Algorithmus um 1805 ansetzte, stellte sich zunächst heraus, dass schnelle Alternativen zur naiven DFT häufig aus einer Rechenpraxis heraus entwickelt wurden, wo harmonische Analysen nicht selten unter Zeitdruck erstellt werden mussten. Je größer die Menge der dabei zu berücksichtigenden Eingangsdaten, umso stärker wächst die

¹² Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 200.

¹³ Zur epistemologischen Gleichsetzung von *re-enactment* und Verstehen im Nachvollzug, vgl. a. den kurzen Abschnitt „Forschendes Verstehen? Das *re-enactment* von Medien“ in ebd., S. 313 f.

¹⁴ Wolfgang Ernst. *Im Medium erklingt die Zeit. Technologische Tempor(e)alitäten und das Sonische als ihre privilegierte Erkenntnisform*. Berlin: Kadmos, 2015, S. 11.

¹⁵ Cooley, „Impact of the Fast Fourier Transform“, S. 67.

Anzahl der dafür nötigen Rechenoperationen. Dieser Zusammenhang zwischen Eingangsdatenmenge und Operationsanzahl schien Gauß, wie seine Beschreibungen zeigen, zwar implizit bewusst, jedoch fehlte ihm offensichtlich das theoretische Vokabular der Komplexitätstheorie, um die Operationsersparnis seines schnelleren Algorithmus genau beziffern zu können: „He did not, however, go on to quantify the computational requirements of his method to obtain the now familiar $N \Sigma N_i$ or $N \log N$ for its computational complexity.“¹⁶ Der Übergang dieses impliziten Wissens der Rechenpraktiker zu einer berechenbaren Komplexitätsgröße zeichnet sich in den Rechenschemata von Runge, König und Stumpff, denen in den 1920er und 30er Jahren zumindest das quadratische Wachstum der Rechenoperationen einer DFT bekannt waren, langsam ab. Tatsächlich angeschrieben wird die Operationsökonomie der FFT mit $2N \log_2 N$ jedoch erst im Artikel von Cooley und Tukey angesichts exponentiell angestiegener Datenmengen auf Digitalcomputern. Wo Gauß’ Beispielrechnung noch lediglich 36 Beobachtungen umfasste und Stumpffs Rechenschemata maximal 72 Eingangswerte vorsahen, analysierte Cooleys und Tukeys FFT auf der IBM 7094 bereits bis zu 2^{13} , also 8192 Messwerte in knapp acht Sekunden.¹⁷

Die allgemein anwendbare algorithmische Entwurfsstrategie, die hinter der asymptotisch linearithmischen Komplexität der FFT steht, wird seit Beginn der 1970er Jahre in Lehrbüchern unter dem Namen *divide and conquer* popularisiert. Die FFT und andere damit entworfene schnelle Algorithmen – etwa der *merge-sort*-Algorithmus von Goldstine und von Neumann – werden durch solche Prinzipien zu algorithmischen „Zeitmaschinen“; ein Begriff, mit dem Ernst das zeitkritische Verhalten technischer Medien auch zu fassen versucht: „[...] technische Medien operieren differentiell gegenüber der von Menschen individuell erfahrenen Zeit, in dem sie ihrerseits signifikante und prozessuale Zeitverhältnisse setzen.“¹⁸ Ernst macht dieses gegenüber menschlichen Zeitbegriffen wie der historischen Zeit differenzielle Zeitverhältnis in seinem Begriff der *Medienzeit* stark: „Historie ist aus Sicht der zeitkritischen Perspektive nicht ausgehebelt, aber quer zu ihr kommt eine andere zeitliche Ökonomie, eine genuine Medienzeit zu ihrem Recht.“¹⁹ Die Medienzeit erzeugt „Irritationen des historischen oder innerzeitlichen Sinns [...]“; in Medienprozessen aber werden sie als Durchdringung physikalischer und mathematischer Phänomene technisch kontrollierbar; es entstehen neue Formen von Zeitsouveränität.²⁰ In diesem Sinne ist die am Ende von Kapitel 5.2 vorgeschlagene *algorithmische Zeit* gemeint: Sie *beherrscht* das Zeitverhalten der

¹⁶ Heidemann, Johnson und Burrus, „Gauss and the History of the FFT“, S. 271.

¹⁷ Siehe Kapitel 5.1 oben ab S. 79.

¹⁸ Ernst, *Gleichursprünglichkeit*, S. 15.

¹⁹ Ebd., S. 52.

²⁰ Ebd., S. 15 f.

Algorithmen bei großen Eingangsdatenmengen, ist also im Wortsinn auch *souverän* gegenüber der von Ernst bevorzugten Medienzeit, die zwar erst im tatsächlichen Vollzug operativ wird, dann aber bereits durch die jeweils zu verarbeitende Eingangsdatenmenge massiv vorbestimmt ist.

In der Analyse der FFT offenbarte sich jedoch auch eine Ungenauigkeit des Vokabulars von Bogosts OOO als kritische Einschränkung des positiven Fazits in Kapitel 4. Da es sich beim *divide and conquer* – im Gegensatz zur Modulation in Fouriers Algorithmus zur Koeffizientenbestimmung – nicht um eine klassische Rechenoperation handelt, die sich im Quellcode einer FFT wiederfinden lässt, wirkt auch Bogosts Begriff der *unit operation* fehl am Platz. Um die algorithmische Beschleunigung, die das *divide-and-conquer*-Prinzip in der FFT ermöglicht, dennoch objektorientiert benennen zu können, wurde hierfür abschließend der Begriff eines *Zeit-Koeffizienten* vorgeschlagen, der seinen allgemeinen Grundoperationsbegriff auf zeitkritische Effekte hin spezifiziert.

Die in dieser Arbeit – mittels des theoretischen Vokabulars der Objektorientierten Ontologie und praktisch anhand zweier Algorithmen zur Fourier-Transformation – experimentell erarbeitete objektnahe und medienarchäologische Algorithmenanalyse kann demnach in zwei Richtungen erfolgen. Erstens in Richtung einer detaillierten Untersuchung der jeweils zentralen Rechenoperationen, zu denen sich in einer makrozeitlichen, medienarchäologischen Recherche viele Beispiele für *carpentries* finden lassen, die ein operatives *re-enactment* zum Verständnis der algorithmischen Funktion ermöglichen. Die zweite Richtung ist die mikrozeitliche Suche nach denjenigen Aspekten, welche die zeitkritischen Effekte von Algorithmen verursachen. Wie deutlich wurde, hängt die algorithmische Zeit weniger mit der *Art* der durchgeführten Rechenoperationen als vielmehr mit ihrer jeweils benötigten *Anzahl* zusammen. So wie Fouriers klassischer Algorithmus diejenigen Koeffizienten liefert, die es erlauben, einen beliebigen Gesamtklang einzig aus harmonischen Sinusschwingungen zusammenzusetzen, ist auch die hier vorgeschlagene medienarchäologische Algorithmenanalyse eine Koeffizientenbestimmung. Sie sucht nach denjenigen Faktoren, die das zeitkritische Verhalten von Algorithmen mitverschulden. Im Falle der FFT ist dieser Zeit-Koeffizient die *divide-and-conquer*-Strategie. Zur operativen Medienzeit, die auch in Form einer *carpentry* nachvollziehbar wird, trägt dieser Faktor nach zwei weiteren Multiplikationen bei: mit der jeweiligen Eingangsdatenmenge und einer maschinenspezifischen Operationsdauer.

Durch die Bezeichnung des *divide-and-conquer*-Prinzips als Zeit-Koeffizient wird somit das Vokabular der Objektorientierten Ontologie medienarchäologisch und zeitkritisch präzisiert. Am Schluss dieser Arbeit bleibt noch einmal anzumerken, dass die hier anhand zweier Fourier-Transformationen durchgeführte Analyse nur *ein* Beispiel für eine dezidiert *medi-*

enwissenschaftliche Beschäftigung mit Algorithmen ist. Anders gesagt sind im Zeitalter von *Big Data* und Maschinenlernen noch eine Reihe weiterer Koeffizienten der Operation von Algorithmen und digitaler Medientechnologien allgemein zu bestimmen als nur der algorithmische Zeit-Koeffizient namens *divide and conquer*. Marcus Burkhardt beschäftigt sich in seinem Buch etwa mit dem Wesen *Digitaler Datenbanken*.²¹ Im Sinne der hier vorgeführten Analyse wären weiterhin auch zwischengespeicherte Wertetabellen, die beispielsweise zum schnellen Abrufen von Sinusfunktionswerten angelegt werden,²² oder die künstlichen „Neuronen“ tiefer neuronaler Netze²³ interessante Gegenstände für weitere objektnahe Algorithmenanalysen mittels medienarchäologischer und objektorientierter Methoden.

Wie eingangs erwähnt, kann und soll die hier exemplarisch durchgeführte Analyse keine Universaltheorie zur Erklärung des Verhältnisses zwischen Algorithmen und der Gesellschaft darstellen. Das hiesige Theorieexperiment der Fusion von Objektorientierter Ontologie und Medienarchäologie hat gezeigt, dass Bogosts *carpentry* und Ernsts operatives *re-enactment* dennoch tief gehende und vielschichtige Einblicke in das operative Wirken von Algorithmen bieten. In Heideggers Worten als τέχνη (*téchne*) verstanden, erlauben diese Methoden „jenes Entbergen, das im Sinne der ποίησις [*poíesis*] das Anwesende ins Erscheinen her-vor-kommen läßt“,²⁴ bieten also eine veritable Möglichkeit, das in der heutigen Medien- und Kulturwissenschaft sonst eher diffuse und metaphorreiche Nachdenken über das vermeintlich unverständliche, weil im Verborgenen agierende algorithmische *Ge-stell* der Gegenwart medienarchäologisch wohldefinierter und ebenso objektnah im Sinne der OOO zu erhellen.

²¹ Vgl. Burkhardt, *Digitale Datenbanken*.

²² Eine solche Sinuswertetabelle wird z. B. auch in Cooleys FORTRAN-Implementation der FFT einmalig angelegt. Vgl. „One-Dimensional Finite Complex Fourier Transform“, Zeilen FORT 175–FORT 203.

²³ Diese besonders, um an ihnen medientheoretisch die populäre Annahme zu hinterfragen, wonach der Einsatz neuronaler Netze in den neuesten Maschinenlernsystemen das Ende der klassischen Computerprogrammierung bedeutete: „With machine learning, programmers don’t encode computers with instructions. They train them.“ Jason Tanz. „Soon We Won’t Program Computers. We’ll Train Them Like Dogs“. In: *Wired* (17. Mai 2016). URL: <https://www.wired.com/2016/05/the-end-of-code> (besucht am 15. 11. 2016).

²⁴ Heidegger, „Frage nach der Technik“, S. 28. Für Heideggers Definition der τέχνη als eine die Wesensverwandtheit von Technik und Kunst betonende, ursprüngliche Form des Hervorbringens von Wahrheit, vgl. ebd., S. 35.

Abbildungsverzeichnis

Übernommene Abbildungen anderer Autoren sind mit einer entsprechenden Quellenangabe versehen. Alle übrigen Abbildungen wurden eigenhändig erstellt.

- | | | |
|-----|---|----|
| 4.1 | Diagramme einer schwingenden Saite aus Daniel Bernoulli. „Réflexions et éclaircissements sur les nouvelles vibrations des cordes exposées dans les mémoires de l’académie de 1747 & 1748“. In: <i>Histoire de l’Académie Royale des Sciences et Belles Lettres à Berlin, Année MDCCLIII</i> 9 (1755), S. 147–172, 352. URL: https://archive.org/details/berlin-histoire-1753-pub1755 (besucht am 15. 11. 2016), hier S. 352, Tafel I, Teilabb. 1–6. <i>Laut archive.org steht das Werk in der Public Domain.</i> | 45 |
| 4.2 | Zwei der Skizzen zur geometrischen Koeffizientenbestimmung aus Joseph Fourier. „Théorie de la propagation de la chaleur dans les solides“. In: Ivor Grattan-Guinness. <i>Joseph Fourier 1768–1830. A Survey of his life and work, based on a critical edition of his monograph on the propagation of heat, presented to the Institut de France in 1807.</i> Kommentierter Neuabdruck von Fouriers Manuskript vom 21. Dez. 1807. Cambridge und London: MIT Press, 1972, S. 30–440, hier S. 213 f. <i>Nutzung mit freundlicher Genehmigung von MIT Press.</i> . . . | 51 |
| 4.3 | Geometrische Illustration der Berechnungen zu den ersten fünf Koeffizienten einer Rechteckfunktion nach Fouriers klassischem Algorithmus. | 52 |
| 4.4 | Diagramme einer Rechteckfunktion und einer Wellendarstellung der entsprechenden Reihenentwicklung aus Fourier, „Théorie de la propagation de la chaleur“, S. 218, 220. <i>Nutzung mit freundlicher Genehmigung von MIT Press.</i> | 53 |
| 4.5 | Fourier-Synthese der zuvor analysierten Rechteckwelle. | 54 |
| 4.6 | Versuchsaufbau zum Erzeugen von Kombinationstönen aus Alfred Marshall Mayer. „Researches in Acoustics No. VI“. In: <i>The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science.</i> 4. Ser. 49.326 (Mai 1875), S. 352–365. URL: http://www.biodiversitylibrary.org/item/121837 (besucht am 15. 11. 2016), hier S. 353, Abb. 1. <i>Laut der Biodiversity Heritage Library (BHL) befindet sich das Werk in der Public Domain.</i> | 64 |
| 4.7 | Amplitudenmodulationsdiagramm aus Maurice Leblanc. „Étude sur le téléphone multiplex“. In: <i>La Lumière Électrique</i> 20.16 (17. Apr. 1886), S. 97–102. URL: http://cnum.cnam.fr/redir?P84.20 (besucht am 15. 11. 2016), hier S. 99, Abb. 4. <i>Laut dem Conservatoire numérique des Arts et Métiers (Cnum) befindet sich das Werk in der Public Domain.</i> | 70 |

5.1	Schematische Zeichnung einer der insgesamt 80 Mechaniken zum Berechnen je eines Fourier-Koeffizienten aus Albert Abraham Michelson und Samuel Wesley Stratton. „A new Harmonic Analyzer“. In: <i>American Journal of Science</i> . 4. Ser. 5.25 (Jan. 1898), S. 1–13. URL: http://www.biodiversitylibrary.org/item/124698 (besucht am 15. 11. 2016), hier S. 3, Abb. 1. <i>Laut der Biodiversity Heritage Library (BHL) befindet sich das Werk in der Public Domain.</i>	75
5.2	Vergleich der benötigten Rechenoperationen bei linearithmischem und quadratischem Wachstum. Der Graph ist der folgenden Abbildung nachempfunden: Elbert Oran Brigham. <i>FFT. Schnelle Fourier-Transformation</i> . [<i>The Fast Fourier Transform</i> , Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1974]. Aus dem Amerikanischen übers. von Seyed Ali Azizi. 6. Aufl. München und Wien: Oldenbourg, 1995, hier S. 185, Bild 10–1.	83
5.3	Interaktive DFT- <i>carpentry</i> aus Jack Schaedler. <i>Seeing Circles, Sines, and Signals. A Compact Primer on Digital Signal Processing</i> . 20. Jan. 2016. URL: http://jackschaedler.github.io/circles-sines-signals (besucht am 15. 11. 2016), Kapitel „Digging Deeper“. Meine Bildschirmaufnahme.	95
5.4	Eigens erstellte Software- <i>carpentry</i> , die den Zeitgewinn von <i>divide-and-conquer</i> -Algorithmen erfahrbar macht. Beispiellauf am 4. Oktober 2016, 11 Uhr. Online verfügbar: Johannes Maibaum. <i>Interaktive divide-and-conquer-carpentry</i> . Webapplikation. 14. Nov. 2016. URL: https://jmaibaum.github.io/dnc-carpentry (besucht am 15. 11. 2016).	96

Literaturverzeichnis

- Aho, Alfred Vaino, John Edward Hopcroft und Jeffrey David Ullman. *The Design and Analysis of Computer Algorithms*. Reading u. a.: Addison-Wesley, 1974.
- Alembert, Jean le Rond d'. „Recherches sur la courbe que forme une corde tendue mise en vibration“. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres à Berlin, Année MDCCXLVII* 3 (1749), S. 214–219.
- Alten, Heinz-Wilhelm u. a. *4000 Jahre Algebra. Geschichte – Kulturen – Menschen*. [Erstveröffentlichung: 2003]. 2. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer, 2014.
- Bauer, Matthias und Christoph Ernst. *Diagrammatik. Einführung in ein kultur- und medienwissenschaftliches Forschungsfeld*. Bielefeld: Transcript, 2010.
- Bell, Eric Temple. *Men of Mathematics*. [Erstveröffentlichung: 1937]. Bd. 1. London: Penguin, 1953.
- Bernoulli, Daniel. „Réflexions et éclaircissemens sur les nouvelles vibrations des cordes exposées dans les mémoires de l'académie de 1747 & 1748“. In: *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres à Berlin, Année MDCCLIII* 9 (1755), S. 147–172, 352. URL: <https://archive.org/details/berlin-histoire-1753-pub1755> (besucht am 15. 11. 2016).
- Berry, David Michael. *The Philosophy of Software. Code and Mediation in the Digital Age*. Houndmills und New York: Palgrave Macmillan, 2011.
- Bogost, Ian. *Unit Operations. An Approach to Videogame Criticism*. Cambridge und London: MIT Press, 2006.
- *Alien Phenomenology, or What It's Like to Be a Thing*. Minneapolis und London: University of Minnesota Press, 2012.
 - *Re: Questions about the OOO of an algorithm*. Persönliche E-Mail-Korrespondenz. 10. Mai 2016.
- Bredekamp, Horst. *Die Fenster der Monade. Gottfried Wilhelm Leibniz' Theater der Natur und Kunst*. [Erstveröffentlichung: 2004]. 2. Aufl. Berlin: Akademie, 2008.
- Brigham, Elbert Oran. *FFT. Schnelle Fourier-Transformation*. [*The Fast Fourier Transform*, Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1974]. Aus dem Amerikanischen übers. von Seyed Ali Azizi. 6. Aufl. München und Wien: Oldenbourg, 1995.
- Büchmann, Georg. *Geflügelte Worte. Der Zitatenschatz des deutschen Volkes*. 26. Aufl. Berlin: Haude & Spener, 1920.
- Bullynck, Maarten. „Rechnen mit der Zeit, Rechnen gegen die Zeit. F. X. von Zachs ‚Archiv der Beobachtungen‘ und C. F. Gauß' Rechnung per rückkehrender Post (1800–1802)“. In: *Zeitkritische Medien*. Hrsg. von Axel Volmar. Berlin: Kadmos, 2009, S. 177–193.
- Bunz, Mercedes. *Die stille Revolution. Wie Algorithmen Wissen, Arbeit, Öffentlichkeit und Politik verändern, ohne dabei viel Lärm zu machen*. Berlin: Suhrkamp, 2012.
- Burke Hubbard, Barbara. *Wavelets. Die Mathematik der kleinen Wellen*. [*Ondes et Ondelettes*, Paris: Pour la Science, 1995]. Übers. von Michael Basler. Berlin: Birkhäuser, 1997.

- Burkhardt, Heinrich. „Trigonometrische Interpolation. Mathematische Behandlung periodischer Naturerscheinungen“. In: *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen*. Hrsg. von dems., Wilhelm Wirtinger und Robert Fricke. Bd. 2.1. Leipzig: Teubner, 1899–1916, S. 643–694.
- Burkhardt, Marcus. *Digitale Datenbanken. Eine Medientheorie im Zeitalter von Big Data*. Bielefeld: Transcript, 2015.
- Carnot, Nicolas Léonard Sadi. *Réflexions sur la Puissance Motrice du Feu et sur les Machines Propres à Développer cette Puissance*. Paris: Bachelier, 1824.
- Carson, John Renshaw. „Method and Means for Signaling With High Frequency Waves“. US-Pat. 1 449 382. 27. März 1923.
- Christen, Daniel S. *Praxiswissen der chemischen Verfahrenstechnik. Handbuch für Chemiker und Verfahreningenieure*. [Erstveröffentlichung: 2005]. 2. Aufl. Berlin und Heidelberg: Springer, 2010.
- Clairaut, Alexis-Claude. „Mémoire sur l’orbite apparente du Soleil autour de la Terre, en ayant égard aux perturbations produites par les actions de la Lune & des Planètes principales“. In: *Histoire de l’Académie Royale des Sciences à Paris, Année MDCCLIV* (1759), S. 521–564.
- Cooley, James William. „One-Dimensional Finite Complex Fourier Transform“. In: *SHARE Library* 3465 (18. Nov. 1966). FFT-Subroutine in FORTRAN IV.
- „The Impact of the Fast Fourier Transform—Keynote Address“. In: *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics* AU-17.2 (Juni 1969), S. 66–68.
- Cooley, James William und John Wilder Tukey. „An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series“. In: *Mathematics of Computation* 19.90 (1965), S. 297–301.
- Cormen, Thomas H. u. a. *Introduction to Algorithms*. [Erstveröffentlichung: 1990]. 3. Aufl. Cambridge und London: MIT Press, 2009.
- Cousin, Victor. *Notes Biographiques pour faire suite à l’Éloge de M. Fourier*. Paris: Didot, 1831.
- Crum Brown, Alexander und Peter Guthrie Tait. „On certain Effects of Periodic Variation of Intensity of a Musical Note“. In: *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh* 9.100 (1. Juli 1878), S. 736–737.
- Deleuze, Gilles. *Die Falte. Leibniz und der Barock*. [Le pli, Paris: Les éditions de Minuit, 1988]. Aus dem Französischen übers. von Ulrich Johannes Schneider. Frankfurt a. M.: Suhrkamp, 1995.
- Dijkstra, Edsger Wybe. „Complexity Controlled by Hierarchical Ordering of Function and Variability“. In: *Software Engineering. Report on a conference sponsored by the NATO Science Committee, Garmisch, Germany, 7th to 11th October 1968*. Hrsg. von Peter Naur und Peter Randell. Brüssel: NATO Scientific Affairs Division, Jan. 1969, S. 181–185.
- Eilam, Eldad. *Reversing: Secrets of Reverse Engineering*. Indianapolis: Wiley, 2005.
- Ernst, Wolfgang. *Medienwissen(schaft) zeitkritisch. Ein Programm aus der Sophienstraße*. [Antrittsvorlesung, 21. Okt. 2003]. Hrsg. von Jürgen Mlynek. Öffentliche Vorlesungen 126. Berlin: Humboldt-Universität, 2004. URL: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:kobv:11-10031141> (besucht am 15. 11. 2016).
- *Das Gesetz des Gedächtnisses. Medien und Archive am Ende (des 20. Jahrhunderts)*. Berlin: Kadmos, 2007.
- „Die Frage nach dem Zeitkritischen“. In: *Zeitkritische Medien*. Hrsg. von Axel Volmar. Berlin: Kadmos, 2009, S. 27–42.

- Ernst, Wolfgang. „Media Archaeography. Method and Machine versus History and Narrative of Media“. In: *Media Archaeology. Approaches, Applications, and Implications*. Hrsg. von Erkki Huhtamo und Jussi Parikka. Berkeley, Los Angeles und London: University of California Press, 2011, S. 239–255.
- *Chronopoetik. Zeitweisen und Zeitgaben technischer Medien*. Berlin: Kadmos, 2012.
 - *Gleichursprünglichkeit. Zeitwesen und Zeitgegebenheit technischer Medien*. Berlin: Kadmos, 2012.
 - „Toward a Media Archaeology of Sonic Articulations“. In: Ders. *Digital Memory and the Archive*. Hrsg. von Jussi Parikka. Minneapolis und London: University of Minnesota Press, 2013, S. 172–183.
 - *Im Medium erklingt die Zeit. Technologische Tempor(e)alitäten und das Sonische als ihre privilegierte Erkenntnisform*. Berlin: Kadmos, 2015.
 - *Transitive Diagrammatik. Operative Materialität des Wissens, harte Wissenschaft des Technomathematischen*. Teilweise redigierte Vortragsversion zum Workshop *Operative Diagrammatik*, HU Berlin, Seminar für Medienwissenschaft (o.D.). URL: <https://www.medienwissenschaft.hu-berlin.de/de/medienwissenschaft/medientheorien/texte-zur-medienarchaeologie/sciencedure-reif.pdf> (besucht am 15. 11. 2016).
- Euklid. *Die Elemente. Bücher I–XIII*. Hrsg. und aus dem Griechischen übers. von Clemens Thaer. 3. Aufl. Frankfurt a. M.: Harri Deutsch, 1997.
- Euler, Leonhard. „Sur la vibration des cordes“. In: *Histoire de l’Académie Royale des Sciences et Belles Lettres à Berlin, Année MDCCXLVIII* 4 (1750), S. 69–85.
- „Remarques sur les mémoires précédens de M. Bernoulli“. In: *Histoire de l’Académie Royale des Sciences et Belles Lettres à Berlin, Année MDCCLIII* 9 (1755), S. 196–222.
 - *Briefe an eine deutsche Prinzessin über verschiedene Gegenstände aus der Physik und Philosophie*. 2. Aufl. Bd. 1. Leipzig: Junius, 1773.
- Fessenden, Reginald Aubrey. „Wireless Telephony“. In: *The Electrical Review* 60.1525 (15. Feb. 1907), S. 251–253.
- Floyd, Robert W. „The Paradigms of Programming“. In: *Communications of the ACM* 22.8 (Aug. 1979), S. 455–460.
- Foucault, Michel. *Archäologie des Wissens*. [*L’Archéologie du savoir*, Paris: Edition Gallimard, 1969]. Aus dem Französischen übers. von Ulrich Köppen. Frankfurt a. M.: Suhrkamp, 1981.
- Fourier, Joseph. *Théorie Analytique de la Chaleur*. Paris: Didot, 1822.
- *Analytische Theorie der Wärme*. [*Théorie Analytique de la Chaleur*, Paris: Didot, 1822]. Aus dem Französischen übers. von B. Weinstein. Berlin: Springer, 1884.
 - „Théorie de la propagation de la chaleur dans les solides“. In: Grattan-Guinness, Ivor. *Joseph Fourier 1768–1830. A Survey of his life and work, based on a critical edition of his monograph on the propagation of heat, presented to the Institut de France in 1807*. Kommentierter Neuabdruck von Fouriers Manuskript vom 21. Dez. 1807. Cambridge und London: MIT Press, 1972, S. 30–440.
- Fuller, Matthew. „Introduction, the Stuff of Software“. In: *Software Studies. A Lexicon*. Hrsg. von dems. Cambridge und London: MIT Press, 2008, S. 1–13.
- Fuller, Matthew und Andrew Goffey. „Die obskuren Objekte der Objektorientierung“. Aus dem Englischen übers. von Hans-Günter Kuper, Agata Królikowska und Jens-Martin Lobe. In: *zfm. Zeitschrift für Medienwissenschaft* 6 (Apr. 2012), S. 206–221.

- Gábor, Dennis. „Theory of Communication“. In: *Journal of the Institution of Electrical Engineers* 93.26 (Nov. 1946), S. 429–457.
- Galloway, Alexander R. „The Poverty of Philosophy: Realism and Post-Fordism“. In: *Critical Inquiry* 39.2 (Winter 2013), S. 347–366.
- Gauß, Carl Friedrich. „Nachlass. Theoria Interpolationis Methodo Nova Tractata“. In: Ders. *Werke*. Bd. 3. Verfasst um 1805. Göttingen: Königliche Gesellschaft der Wissenschaften, 1866, S. 265–330.
- Georges, Karl Ernst. *Ausführliches lateinisch-deutsches Handwörterbuch*. 8. Aufl. Bd. 1. Hannover: Hahnsche Buchhandlung, 1913.
- Gere, Charlie. „Media“. In: *The Year's Work in Critical and Cultural Theory* 23.1 (2015), S. 270–290.
- Goffey, Andrew. „Algorithm“. In: *Software Studies. A Lexicon*. Hrsg. von Matthew Fuller. Cambridge und London: MIT Press, 2008, S. 15–20.
- Goldstine, Herman Heine. *A History of Numerical Analysis From the 16th Through the 19th Century*. New York, Heidelberg und Berlin: Springer, 1977.
- Goldstine, Herman Heine und John von Neumann. „Planning and Coding of Problems for an Electronic Computing Instrument, Part II, Vol. 2“. [Erstveröffentlichung: 15. Apr. 1948]. In: *John von Neumann. Collected Works*. Bd. 5: *Design of Computers, Theory of Automata and Numerical Analysis*. Hrsg. von Abraham Haskel Taub. Oxford u. a.: Pergamon Press, 1963, S. 152–214.
- Grattan-Guinness, Ivor. *Joseph Fourier 1768–1830. A Survey of his life and work, based on a critical edition of his monograph on the propagation of heat, presented to the Institut de France in 1807*. Cambridge und London: MIT Press, 1972.
- „Joseph Fourier, Théorie Analytique de la Chaleur (1822)“. In: *Landmark Writings in Western Mathematics 1640–1940*. Hrsg. von dems. u. a. Amsterdam: Elsevier, 2005, S. 354–365.
- Hagen, Wolfgang. *Das Radio. Zur Geschichte und Theorie des Hörfunks – Deutschland/USA*. München: Fink, 2005.
- Hammack, Bill. „Albert Michelson's Harmonic Analyzer. Video Series“. In: *Engineer Guy* (13. Nov. 2014). URL: <https://www.youtube.com/playlist?list=PL0INsTTU1k2UY09Mck-i5HNqGNW5AeEwq> (besucht am 15. 11. 2016).
- Hammack, Bill, Steve Kranz und Bruce Carpenter. *Albert Michelson's Harmonic Analyzer. A Visual Tour of a Nineteenth Century Machine that Performs Fourier Analysis*. Articulate Noise Books, 2014.
- Harman, Graham. *Tool-Being. Heidegger and the Metaphysics of Objects*. Chicago und La Salle: Open Court, 2002.
- „brief SR/000 tutorial“. In: *Object-Oriented Philosophy* (23. Juli 2010). Harmans Blog. URL: <https://doctorzamalek2.wordpress.com/2010/07/23/brief-srooo-tutorial> (besucht am 15. 11. 2016).
- „Der dritte Tisch“. In: Ders. *The Third Table. Der dritte Tisch*. Aus dem Englischen übers. von Barbara Hess. Ostfildern: Cantz, 2012, S. 16–30.
- *Vierfaches Objekt*. [*The Quadruple Object*, London: Zero Books, 2011]. Aus dem Englischen übers. von Andreas Pöschl. Berlin: Merve, 2015.
- Hartmanis, Juris und Richard Edwin Stearns. „On the Computational Complexity of Algorithms“. In: *Transactions of the American Mathematical Society* 117 (Mai 1965), S. 285–306.

- Hayles, Nancy Katherine. „How We Think: Transforming Power and Digital Technologies“. In: *Understanding Digital Humanities*. Hrsg. von David Michael Berry. Houndmills und New York: Palgrave Macmillan, 2012, S. 42–66.
- Heidegger, Martin. „Die Frage nach der Technik“. [Erstveröffentlichung: 1953]. In: Ders. *Gesamtausgabe*. Bd. 7: *Vorträge und Aufsätze*. Frankfurt a. M.: Klostermann, 2000, S. 5–36.
- *Sein und Zeit*. [Erstveröffentlichung: 1927]. 19. Aufl. Tübingen: Niemeyer, 2006.
- Heidemann, Michael T., Don H. Johnson und Charles Sidney Burrus. „Gauss and the History of the Fast Fourier Transform“. In: *Archive for History of Exact Sciences* 34.3 (Sep. 1985), S. 265–277.
- Heising, Raymond Alphonsus. „Modulation Methods“. In: *Proceedings of the IRE* 50.5 (Mai 1962), S. 896–901.
- Helmholtz, Hermann von. *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*. Braunschweig: Vieweg, 1863.
- Herivel, John. *Joseph Fourier. The Man and the Physicist*. London: Clarendon Press, 1975.
- Hewitt, Edwin und Robert E. Hewitt. „The Gibbs-Wilbraham Phenomenon: An Episode in Fourier Analysis“. In: *Archive for History of Exact Sciences* 21.2 (Juni 1979), S. 129–160.
- Höltgen, Stefan. „Die NOPs und HALTs digitaler Medien. Programmierlehre maschinennaher Sprachen für Medienwissenschaftler“. In: *grkg/Humankybernetik. Grundlagenstudien aus Kybernetik und Geisteswissenschaft* 55.4 (Dez. 2014), S. 139–153.
- „How to Do Things with Keys. (Assembly) Programming as (a Kind of) Gesture“. In: *MAP – Media | Archive | Performance* 7 (Apr. 2016). URL: <http://www.perfomap.de/map7/media-performance-on-gestures/how-to-do-things-with-keys.-assembly-programming-as-a-kind-of-gesture> (besucht am 15. 11. 2016).
- Horowitz, Paul und Winfield Hill. *The Art of Electronics*. [Erstveröffentlichung: 1980]. 2. Aufl. Cambridge u. a.: Cambridge University Press, 1989.
- Hui, Yuk. *On the Existence of Digital Objects*. Minneapolis und London: University of Minnesota Press, 2016.
- Kernighan, Brian Wilson und Dennis MacAlistair Ritchie. *The C Programming Language*. [Erstveröffentlichung: 1978]. 2. Aufl. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1988.
- Kittler, Friedrich. *Grammophon Film Typewriter*. Berlin: Brinkmann & Bose, 1986.
- *Draculas Vermächtnis. Technische Schriften*. Leipzig: Reclam, 1993.
- „Es gibt keine Software“. In: Ders. *Draculas Vermächtnis. Technische Schriften*. Leipzig: Reclam, 1993, S. 225–242.
- „Real Time Axis, Time Axis Manipulation“. In: Ders. *Draculas Vermächtnis. Technische Schriften*. Leipzig: Reclam, 1993, S. 182–206.
- *Musik und Mathematik. Bd. 1: Hellas, Teil 1: Aphrodite*. München: Fink, 2006.
- *Und der Sinus wird weiterschwingen. Über Musik und Mathematik*. Köln: Kunsthochschule für Medien, 2012.
- „Musik 11, Berlin SS 2000, 11.07.2000“. #3001.1633740, text/plain (2001-03-18T15:20:13Z). musik11.lat. In: Bestand A:Kittler/DLA Marbach. od001:/usr/usr/ich/lat/musik [od, 56.95 KiB]. Unveröffentlichtes Manuskript zur 11. Sitzung der Berliner Vorlesung „Musik und Mathematik“, gehalten am 11. Juli 2000, Datei vom 18. März 2001.
- Knuth, Donald Ervin. „Backus Normal Form versus Backus Naur Form“. In: *Communications of the ACM* 7.12 (Dez. 1964), S. 735–736.

- Knuth, Donald Ervin. „Von Neumann’s First Computer Program“. In: *Computing Surveys* 2.4 (Dez. 1970), S. 247–260.
- *The Art of Computer Programming*. Bd. 1: *Fundamental Algorithms*. [Erstveröffentlichung: 1968]. 3. Aufl. Reading u. a.: Addison-Wesley, 1997.
 - *The Art of Computer Programming*. Bd. 3: *Sorting and Searching*. [Erstveröffentlichung: 1973]. 2. Aufl. Reading u. a.: Addison-Wesley, 1998.
 - *The Art of Computer Programming (TAOCP) [Website]*. 3. Aug. 2016. URL: <http://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/taocp.html> (besucht am 15. 11. 2016).
- Kuhn, Thomas Samuel. *The Structure of Scientific Revolutions*. [Erstveröffentlichung: 1962]. 4. Aufl. Chicago und London: University of Chicago Press, 2012.
- Leblanc, Maurice. „Étude sur le téléphone multiplex“. In: *La Lumière Électrique* 20.16 (17. Apr. 1886), S. 97–102. URL: <http://cnum.cnam.fr/redir?P84.20> (besucht am 15. 11. 2016).
- Leibniz, Gottfried Wilhelm. *Philosophische Werke*. Bd. 3: *Neue Abhandlungen über den menschlichen Verstand*. [*Nouveaux essais sur l’entendement humain*, 1765, verfasst 1704]. Hrsg. und aus dem Französischen übers. von Ernst Cassirer. Hamburg: Meiner, 1996.
- Locke, John. *An Essay Concerning Human Understanding*. [Erstveröffentlichung: London: Basset und Mory, 1690]. Hrsg. von Peter Harold Nidditch. Oxford: Clarendon Press, 1975.
- Maibaum, Johannes. *Interaktive divide-and-conquer-carpentry*. Webapplikation. 14. Nov. 2016. URL: <https://jmaibaum.github.io/dnc-carpentry> (besucht am 15. 11. 2016).
- Manovich, Lev. *The Language of New Media*. Cambridge und London: MIT Press, 2001.
- „How to Compare One Million Images?“. In: *Understanding Digital Humanities*. Hrsg. von David Michael Berry. Houndmills und New York: Palgrave Macmillan, 2012, S. 249–278.
- Mayer, Alfred Marshall. „Researches in Acoustics No. VI“. In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 4. Ser. 49.326 (Mai 1875), S. 352–365. URL: <http://www.biodiversitylibrary.org/item/121837> (besucht am 15. 11. 2016).
- McCracken, Daniel Delbert. *A Guide to Fortran IV Programming*. [Erstveröffentlichung: 1965]. 2. Aufl. New York u. a.: Wiley & Sons, 1972.
- McLuhan, Marshall. *Die magischen Kanäle. „Understanding Media“*. [*Understanding Media*, New York: McGraw-Hill, 1964]. Aus dem Amerikanischen übers. von Meinrad Amann. Düsseldorf u. a.: ECON, 1992.
- Meillassoux, Quentin. *Nach der Endlichkeit. Versuch über die Notwendigkeit der Kontingenz*. [*Après la finitude*, Paris: Editions du Seuil, 2006]. Aus dem Französischen übers. von Roland Frommel. Zürich und Berlin: Diaphanes, 2008.
- Melkonian, Dmitry. „Similar basis function algorithm for numerical estimation of Fourier integrals“. In: *Numerical Algorithms* 54 (Mai 2010), S. 73–100.
- Mersenne, Marin. *Harmonie Universelle, Contenant la Théorie et la Pratique de la Musique*. Paris: Cramoisy, 1636.
- Michelson, Albert Abraham und Samuel Wesley Stratton. „A new Harmonic Analyzer“. In: *American Journal of Science*. 4. Ser. 5.25 (Jan. 1898), S. 1–13. URL: <http://www.biodiversitylibrary.org/item/124698> (besucht am 15. 11. 2016).
- Miyazaki, Shintaro. *Algorhythmisiert. Eine Medienarchäologie digitaler Signale und (un)erhörter Zeiteffekte*. Berlin: Kadmos, 2013.
- Montfort, Nick und Ian Bogost. *Racing the Beam. The Atari Video Computer System*. Cambridge und London: MIT Press, 2009.

- Neumann, John von. „First Draft of a Report on the EDVAC“. [Erstveröffentlichung: University of Pennsylvania, 30. Juni 1945]. In: *IEEE Annals of the History of Computing* 15.4 (Okt.–Dez. 1993), S. 27–75.
- Nyman, Robert. „Firefox Developer Tools and Firebug“. In: *Mozilla Hacks* (8. Okt. 2013). URL: <https://hacks.mozilla.org/2013/10/firefox-developer-tools-and-firebug> (besucht am 15. 11. 2016).
- Ofak, Ana und Philipp von Hilgers, Hrsg. *Rekursionen. Von Faltungen des Wissens*. München: Fink, 2010.
- Ohm, Georg Simon. „Ueber die Definition des Tones, nebst daran geknüpfter Theorie der Sirene und ähnlicher tonbildender Vorrichtungen“. In: *Annalen der Physik und Chemie* 59.8 (1843). Hrsg. von Johann Christian Poggendorff, S. 513–565.
- Papenburg, Jens Gerrit. „Hörgeräte. Zur Psychomathematik des akroamatischen Leibniz“. In: *Zeitkritische Medien*. Hrsg. von Axel Volmar. Berlin: Kadmos, 2009, S. 367–381.
- Parikka, Jussi. „Operative Media Archaeology. Wolfgang Ernst’s Materialist Media Diagrammatics“. In: *Theory, Culture & Society* 28.5 (Sep. 2011), S. 52–74.
- Peirce, Charles Sanders. „Parts of Carnegie Application (L 75)“. [Erstveröffentlichung: 1902]. In: Ders. *The New Elements of Mathematics*. Bd. 4: *Mathematical Philosophy*. Hrsg. von Carolyn Eisele. Den Haag und Paris: Mouton, 1976, S. 13–73.
- „A Syllabus of Certain Topics of Logic“. [Erstveröffentlichung: 1903]. In: *The Essential Peirce. Selected Philosophical Writings. Volume 2 (1893–1913)*. Hrsg. von Nathan Houser u. a. Bloomington und Indianapolis: Indiana University Press, 1998, S. 258–299.
- Péter, Rózsa. *Rekursive Funktionen*. Budapest: Akademischer Verlag, 1951.
- Pias, Claus. *Computer Spiel Welten*. [Erstveröffentlichung: München: Sequenzia, 2002]. 2. Aufl. Zürich: Diaphanes, 2010.
- Pólya, George. *How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method*. [Erstveröffentlichung: 1945]. 2. Aufl. Princeton: University Press, 1988.
- Rayleigh, John William Strutt Baron. „Acoustical Observations III.“ In: *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 5. Ser. 9.56 (Apr. 1880), S. 278–283.
- *The Theory of Sound*. [Erstveröffentlichung: 1877]. 2. Aufl. Bd. 1. London und New York: Macmillan, 1894.
- Riis, Morten. „Where are the Ears of the Machine? Towards a sounding micro-temporal object-oriented ontology“. In: *Journal of Sonic Studies* 10 (9. Okt. 2015). URL: <https://www.researchcatalogue.net/view/219290/219291> (besucht am 15. 11. 2016).
- Runge, Carl und Hermann König. *Vorlesungen über Numerisches Rechnen*. Berlin: Springer, 1924.
- Sauveur, Joseph. „Système Général des Intervalles des Sons, & son Application à tous les Systèmes & à tous les Instrumens de Musique“. In: *Histoire de l’Académie Royale des Sciences* (1701), S. 299–366.
- Schaedler, Jack. *Seeing Circles, Sines, and Signals. A Compact Primer on Digital Signal Processing*. 20. Jan. 2016. URL: <http://jackschaedler.github.io/circles-sines-signals> (besucht am 15. 11. 2016).
- Schwartzman, Steven. *The Words of Mathematics. An Etymological Dictionary of Mathematical Terms Used in English*. Washington: Mathematical Association of America, 1994.

- Sedgewick, Robert. *Algorithms in C*. Reading u. a.: Addison-Wesley, 1990.
- Shannon, Claude Elwood. „A Mathematical Theory of Communication“. In: *Bell System Technical Journal* 27.3/4 (Juli/Okt. 1948), S. 379–432, 623–656.
- Siegert, Bernhard. *Passage des Digitalen*. Berlin: Brinkmann & Bose, 2003.
- Sterne, Jonathan. *MP3. The Meaning of a Format*. Durham und London: Duke University Press, 2012.
- Stroustrup, Bjarne. „A History of C++: 1979–1991“. In: *History of Programming Languages*. Hrsg. von Thomas J. Bergin und Richard G. Gibson. Bd. 2. Upper Saddle River u. a.: Addison-Wesley, 1996, S. 699–755.
- Stumpff, Karl. *Grundlagen und Methoden der Periodenforschung*. Berlin: Springer, 1937.
– *Tafeln und Aufgaben zur Harmonischen Analyse und Periodogrammrechnung*. Berlin: Springer, 1939.
- Tanz, Jason. „Soon We Won’t Program Computers. We’ll Train Them Like Dogs“. In: *Wired* (17. Mai 2016). URL: <https://www.wired.com/2016/05/the-end-of-code> (besucht am 15. 11. 2016).
- Tucker, David Gordon. „The Early History of Amplitude Modulation, Sidebands and Frequency-Division-Modulation“. In: *The Radio and Electronic Engineer* 41.1 (Jan. 1971), S. 43–47.
- Turing, Alan Mathison. „Über berechenbare Zahlen mit einer Anwendung auf das Entscheidungsproblem“. [„On Computable Numbers“, London, 1937]. In: Ders. *Intelligence Service. Schriften*. Hrsg. von Bernhard Dotzler und Friedrich Kittler. Aus dem Englischen übers. von Bernhard Siegert. Berlin: Brinkmann & Bose, 1987, S. 17–60.
- Ulmann, Bernd. *Analogrechner. Wunderwerke der Technik – Grundlagen, Geschichte und Anwendung*. München: Oldenbourg, 2010.
- Volmar, Axel, Hrsg. *Zeitkritische Medien*. Berlin: Kadmos, 2009.
- Weaver, Warren. „Recent Contributions to the Mathematical Theory of Communication“. [Erstveröffentlichung: 1949]. In: Shannon, Claude Elwood und Warren Weaver. *The Mathematical Theory of Communication*. Champaign: University of Illinois Press, 1998, S. 3–28.
- Xypolia, Ilia. „Divide et Impera: Vertical and Horizontal Dimensions of British Imperialism“. In: *Critique. Journal of Socialist Theory* 44.3 (2016), S. 221–231.
- Ziegenbalg, Jochen, Oliver Ziegenbalg und Bernd Ziegenbalg. *Algorithmen von Hammurapi bis Gödel*. [Erstveröffentlichung: Heidelberg, Berlin und Oxford: Spektrum, 1966]. 2. Aufl. Frankfurt a. M.: Harri Deutsch, 2007.
- Zonst, Anders E. *Understanding the FFT. A Tutorial on the Algorithm & Software for Laymen, Students, Technicians & Working Engineers*. [Erstveröffentlichung: 1995]. 2. Aufl. Titusville: Citrus Press, 2000.